JÁMA LVOVÁ

Zadání 1. kola
XVIII. ročník

Ahoj!

Vítej v Jámě lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již osmnáctým rokem Českým vysokým učením technickým v Praze.

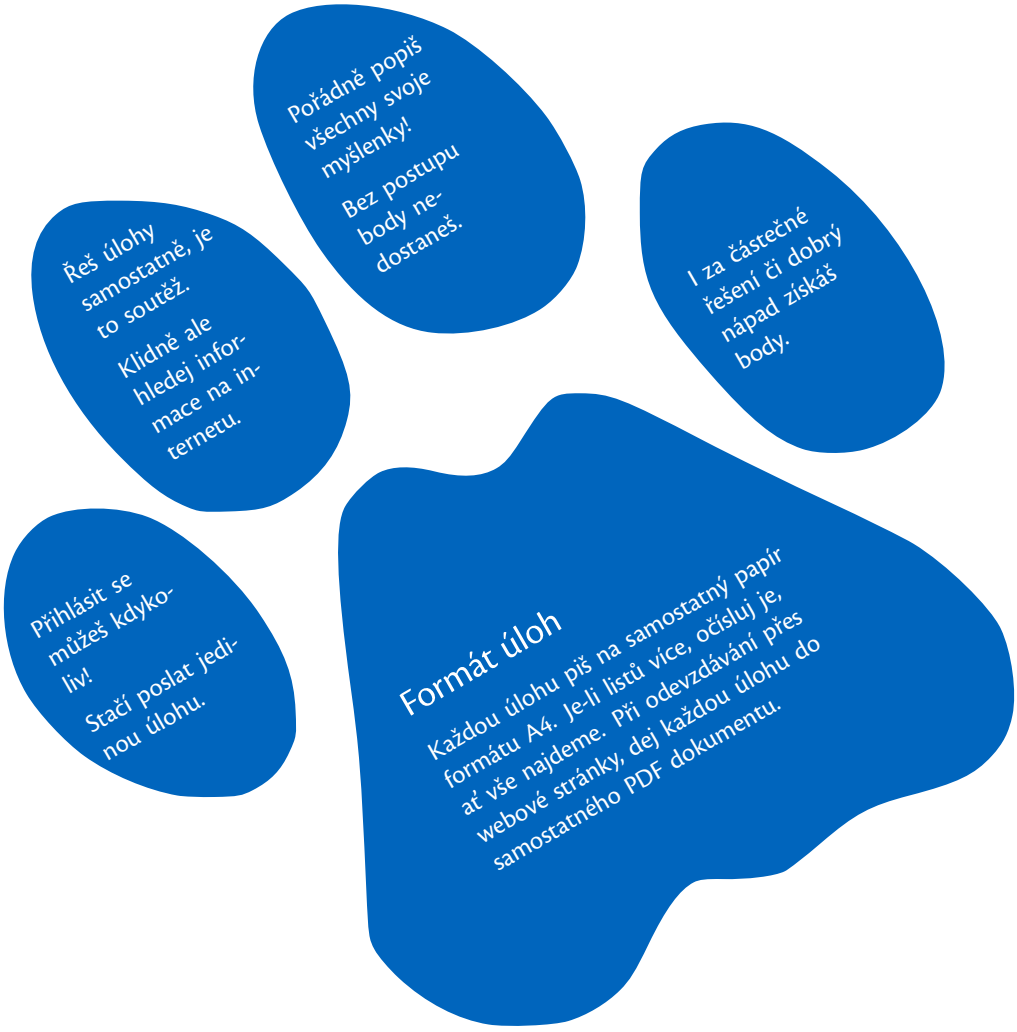
Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká několik záludných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na `https://jamalvova.cz` a dále na Facebooku a Instagramu.

Novinky v 18. ročníku

V letošním ročníku budeme až od druhého kola pokračovat v podobném duchu jako minule. Zadání každé kategorie se bude skládat z dvou kratších úloh a jedné rozsáhlejší úlohy, které říkáme *témátko*.

Témátko se věnuje konkrétní oblasti matematiky, fyziky či informatiky a snaží se Ti ji přiblížit pomocí několika podúloh.



Svá řešení nám pošli do **30. listopadu 2026** prostřednictvím stránek soutěže.

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Anet, Anička, Dan, Honza, Honza, Honza, Káťa, Lenička, Linda, Luci, Mája, Marcel, Marek, Martin, Matěj, Michal, Mikýř, Míla, malý Ondra, velký Ondra, Silvi Soptík, Tomáš

Kategorie mladší

Úloha 0A Byrokratická (2 body)

Úředního šimla Honzíka i jeho kolegy velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstávat v kanceláři přes noc. Rozhodli se tedy, že budou vyžadovat, aby měly všechny úlohy opravdu správný formát. Pomoz Honzíkovi tak, že Tvé úlohy budou čitelné a budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, ideálně s očíslovanými listy.)

Svá řešení můžeš po přihlášení nahrát na stránky `jamalvova.cz`. Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na e-mail (`jamalvova@jamalvova.cz`).

Úloha 1A Převrácené číslo (4 body)

Prasátko Prokop si rád hraje s čísly. Teď zrovna zkoumá jejich převracení. Vezme přirozené dvoumístné číslo, třeba 70, odečte od něj číslo s prohozenými číslicemi, tedy 07, a získá rozdíl, v tomto případě 63.

Pro jaká jiná přirozená dvoumístná čísla mu dle stejného principu vyjde rozdíl 63?

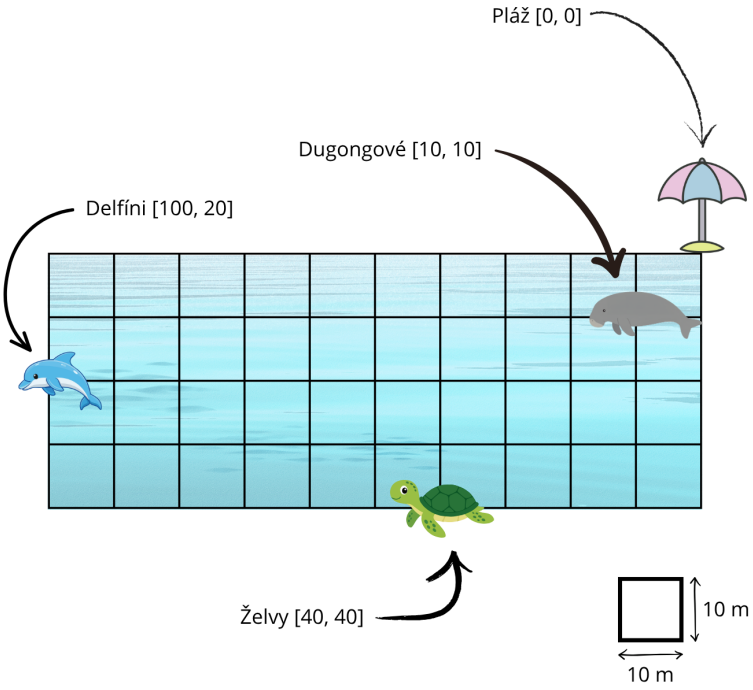
Úloha 2A Chřipka (8 bodů)

Ve Zvířátkově se rozmohla chřipková epidemie. Jezevec Jindra je jediný zdravý a musí připravit lék pro své kamarády. K jeho správnému fungování je potřeba smíchat tři přísady: citronovou šťávu, cibulový odvar a med.

Jindra ví, že 250 ml hrnek citronové šťávy obsahuje 100 ml léčivé látky. V litrovém hrnci cibulového odvaru by našel dvakrát více léčiva než ve stejném množství citronové šťávy. Na sklenici medu má napsáno, že je v něm koncentrace léčivé látky 15 %. Také ví, že musí být smíchaný s citronem vždy v poměru 1 díl medu : 3 díly citronu. Kolik ml každé přísady má použít, aby vyrobil 750 ml léku s obsahem 450 ml léčivé látky (výsledky zaokrouhli na celá čísla)?

Úloha 3A Potápění (9 bodů)

Lasička Lenka je zkušená potápěčka. Při svém dalším ponoru se rozhodla pozorovat želvy, delfíny a dugongy. Místa jejich výskytu má zakreslená v plánku na obrázku níže.



Potápění má tato pravidla:

- Aby se předešlo dezorientaci, je možný pohyb pouze dopředu, dozadu, nahoru a dolů.
- Ze stejného důvodu je možné se posouvat jen po úsecích dlouhých 10 metrů. Nejde tak plavat třeba 3 metry vpřed a pak 5 metrů dolů, naopak je v pořádku urazit například 30 metrů nahoru a potom 20 metrů vpřed.
- Posun o 10 metrů v jakémkoliv směru trvá 1 minutu.
- Po celou dobu na moři (takže i při plavání na hladině) se dýchá stlačený vzduch z potápěčské láhve.
- S hloubkou se ve vodě mění tlak, což ovlivňuje spotřebu vzduchu. Množství vzduchu, které na hladině vydrží minutu, vydrží v hloubce $10 \cdot A$ metrů $(A + 1)$ krát kratší dobu. (A může být jakékoli přirozené číslo, které budeš potřebovat, takže v hloubce 20 metrů je $A = 2$, pro 30 je $A = 3$ a tak dále.)
- Při pohybu nahoru a dolů z hloubky $10 \cdot A$ metrů do hloubky $10 \cdot B$ metrů vydrží vzduch $(\frac{A+B}{2} + 1)$ krát kratší dobu než by vydržel na hladině.
- Pokud potápěč vystupuje na hladinu, musí se alespoň na 3 minuty zastavit v hloubce 10 metrů (během toho času se ale pořád může hýbat dopředu a dozadu anebo se kochat podmořskými tvory).

Lenka chce vyrazit z pláže, navštívit všechna tři místa ze svého plánku a zase se vrátit. Jakou trasu má zvolit, aby spotřebovala co nejméně vzduchu? Kolik vzduchu to bude (na jak dlouho by jí dané množství vydrželo na hladině)?

Úloha 4A Jablka (7 bodů)

Jelen Jarda má rád jablka, a proto se rozhodl, že si na své zahradě zasadí několik jabloní. Ví, že pokud je na zahradě strom sám, vyroste na něm 75 jablek. Množství živin v půdě je ale omezené. Plodnost každého stromu se tudíž sníží o jedno jablko za každý další strom, který na zahradě roste. Když budou stromy dva, na každém z nich vyroste 74 jablek. Pokud budou tři, na každém vyroste jen 73 jablek. Zvládneš Jardovi poradit, kolik stromů má zasadit, aby byla úroda co největší? A kolik jablek mu v takovém případě vyroste?

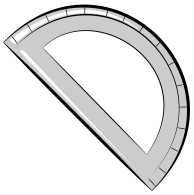
Kategorie starší

Úloha 0B Byrokratická (2 body)

Úředního šimla Honzíka i jeho kolegy velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstávat v kanceláři přes noc. Rozhodli se tedy, že budou vyžadovat, aby měly všechny úlohy opravdu správný formát. Pomoz Honzíkovi tak, že Tvé úlohy budou čitelné a budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, ideálně s očíslovanými listy.)

Svá řešení můžeš po přihlášení nahrát na stránky `jamalvova.cz`. Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na e-mail (`jamalvova@jamalvova.cz`).

Úloha 1B Úhly (4 body)



Holubice Hedvika moc ráda rýsuje a ještě radši řeší zajímavosti s trojúhelníky. Má nový úkol do školy, potřebovala by s ním ovšem pomoci.

Na straně BD trojúhelníku ABD má umístit bod C tak, aby ve vzniklém trojúhelníku ABC byla velikost strany AB stejná jako velikost strany BC. Zároveň má být v trojúhelníku ACD velikost strany AC stejná jako velikost strany CD.

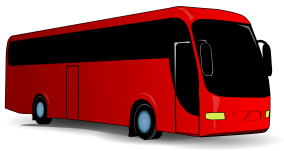
$$|AB| = |BC| \text{ a } |AC| = |CD|$$

Hedvika dále ví, že součet velikostí úhlů ACB, BAD a DCA vychází 300°.

$$|\sphericalangle ACB| + |\sphericalangle BAD| + |\sphericalangle DCA| = 300°$$

Pomozte jí určit, jaké budou velikosti všech vnitřních úhlů v trojúhelnících ABC a ACD.

Úloha 2B Výlet (8 bodů)



Racek Rudolf pořádá zájezd k jezeru Ontario pro myši a kočky. Pojedou autobusem, který má **30** malých sedaček, na kterých mohou sedět **pouze myši**, a **60** sedaček, na kterých mohou sedět **pouze kočky**. Cena zájezdu pro jednu myš činí **13$**, zatímco pro jednu kočku **44$**. Rudolf za zájezd celkem utržil **2209$**.

Den před odjezdem musí Rudolf na pokyn cestovní agentury ještě obstarat javorový sirup v láhvi pro každého účastníka zájezdu. Pro **jednu myš** má láhev objem **330 ml**, pro **jednu kočku** zase **500 ml**. Pomoz Rudolfovi zjistit, kolik lahví javorového sirupu musí umístit na malé sedačky pro myši a kolik na velké sedačky pro kočky.

Během zájezdu se myši a kočky vzájemně dohodly, že svůj sirup nevypijí a po návratu uspořádají velkou javorovo-sirupovou párty. Své lahve vylijí do jednoho velkého sudu. Jaký **nejmenší objem v celých litrech** musí mít, aby se do něj vešel sirup od všech účastníků zájezdu?

Úloha 3B Zašmodrchaná šifrovačka (9 bodů)

Andulka Adélka a datel Denis připravují novou šifrovací hru, která spočívá v chození mezi stanovišti. Každé z nich má přidělený kód, který je napsaný na papíře spolu s kódem dalšího stanoviště na trase. Hra začíná u startovního stromu, na kterém je kód prvního stanoviště; na prvním stanovišti je kód druhého stanoviště a tak dále. Poslední stanoviště neodkazuje nikam (je na něm napsané „KONEC“).

Startovní strom a poslední stanoviště už zvířátka připravila, a nyní chtějí přidat další stanoviště.

Adélka poletuje po lese a přidává nová stanoviště na začátek hry následujícím způsobem:

1. Připraví nové stanoviště s vlastním kódem.
2. Podívá se na startovní strom, opíše si kód prvního stanoviště a tento kód napíše na svoje nové stanoviště. (Tím nové stanoviště ukazuje na dosavadní první stanoviště).
3. Vrátí se ke startovnímu stromu a pokud se od její minulé návštěvy změnil jeho kód, zopakuje postup od 2. kroku. Jinak změní kód na startovním stromu tak, aby ukazoval na její nové stanoviště.

Denis létá popořadě od startovacího stromu po jednotlivých stanovištích. Když se mu nějaké stanoviště nelíbí, smaže ho následujícím způsobem:

1. Podívá se na stanoviště, které chce smazat, a opíše si kód, na který toto stanoviště odkazuje.
2. Vrátí se o jedno stanoviště zpět (nebo ke startovnímu stromu). Pokud ho mezitím změnil někdo jiný, nic neudělá, smazání se nepovedlo. Pokud je stanoviště nezměněné, přepíše na něm kód, ať odkazuje na opsané stanoviště (přeskočí se tak stanoviště, které chce smazat).
3. Po jakémkoliv pokusu (úspěšném i neúspěšném) se ptáček vrátí na startovní strom a začne kontrolu od začátku.

Zvířátka se vzájemně při práci nepozorují a mezi jednotlivými body si občas dají pauzičku u studánky.

Když Adélce s přidáváním stanovišť začala pomáhat andulka Anička, všechno vypadalo v pořádku. Jakmile však začal stanoviště přesně stejným způsobem jako Denis mazat také dudek Dan, začala se do hry vracet i stanoviště již úspěšně vyřazená.

Jak je to možné? Co a v jakém pořadí zvířátka nejspíše udělala?

Úloha 4B Kalendář (7 bodů)

Tuto úlohu Vám přináší korespondenční seminář FIKS – `https://fiks.fit.cvut.cz/`. Jedná se o seminář v programování určený zejména středoškolským studentům, ale účastnit se mohou i žáci základních škol, co už někdy viděli programování. Pokud se vám líbila Jáma a rádi byste se naučili myslet jako pravý programátor, bude se vám líbit i FIKS.

Rosomák Rosťa pochází z rodiny rosomáků s letitou tradicí výroby a údržby orlojů. Zrovna si užívá Rosomáčí prázdniny, které mají od 1. listopadu do 31. prosince. Jednoho dlouhého podzimního večera, léta páně roku 0 našeho letopočtu, Rosťu napadlo: Kdybych přenastavil orloj na našem nánoří (to je pro rosomáky jako náves nebo náměstí), mohl bych zůstat ležet doma déle!

Jak si řekl, tak udělal. Kolečko sem, pružinka s šroubkem tam, a nikdo určitě nic nepozná! A skutečně, nepoznal…dokud orloj neukázal datum, které do té doby nikdo nezažil: 31. listopadu. Na nánoří začali postupně panikařit všichni obyvatelé.

„Jak teď budeme měřit rok nebo kdy máme jít spát?“ zabručel táta rosomák Ráďa. „Rosťo, co jsi tam minulý měsíc vyváděl, když jsem ti řekl, že máš jen promazat kolečka?“

Rosťa si bohužel přesně nepamatuje, co s orlojem udělal, ale ví, že by roky mohlo jít nějak přepočítat, aby se z orloje šlo dozvědět i v příštích letech skutečné datum. Pomůžeš mu?

Tvým úkolem je vytvořit univerzální způsob, jak zjistit klasické datum (co používáme dnes) kdykoli při pohledu na orloj, který si myslí, že každý rok má o jeden den déle – a to konkrétně 31. listopadu. Pozor, nezapomeň, že v letech 0, 4, 8, 12, a tak dále nastávají běžné přestupné roky s 29. únorem.