



Ahoj!

Vítej v Jámě lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již sedmáctým rokem Českým vysokým učením technickým v Praze.

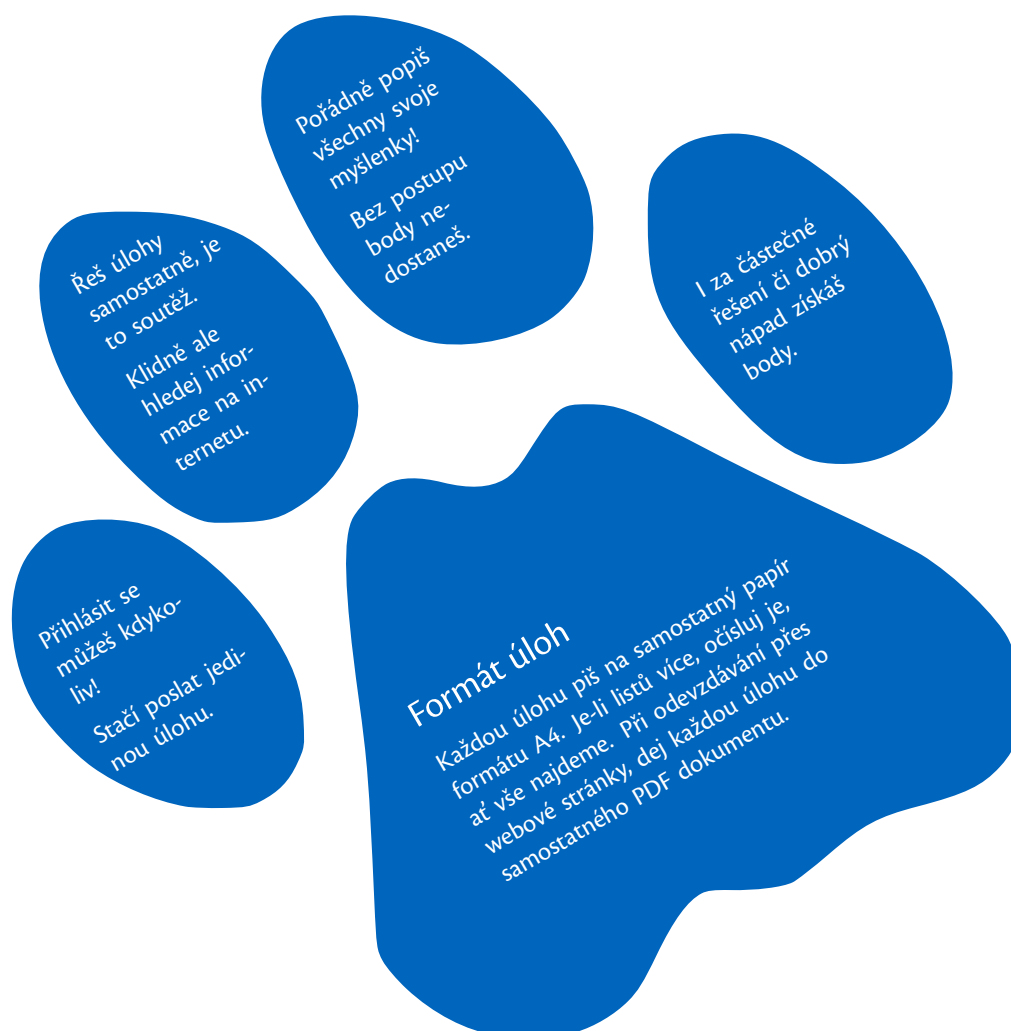
Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká několik záložných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na <https://jama.lvova.cz> a dále na Facebooku a Instagramu.

Novinky v 17. ročníku

V letošním ročníku budeme až od druhého kola pokračovat v podobném duchu jako minule. Zadání každé kategorie se skládá z dvou kratších úloh a jedné rozsáhlejší úlohy, které říkáme *témátka*.

Témátka se věnuje konkrétní oblasti matematiky, fyziky či informatiky a snaží se Ti ji přiblížit pomocí několika podúloh.



Svá řešení nám pošli do **27. dubna 2026** prostřednictvím stránek soutěže.

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Alenka, Anet, Anička, Bětko, Honza, Honza, Káťa, Lenička, Linda, Láďa, Lída, Luci, Májka, Martin, Matěj, Michal, Míla, malý Ondra, velký Ondra, Soptík, Tomáš, Zuzka

Kategorie mladší

Úloha 1A Běžecská gazelí pošta

(4 body)

Tarbitce Tamara pracuje na dispečinku Běžecské Gazelí Pošty. O každé cestě v království Tamara eviduje až šest informací:

1. bahno
2. migrace buvolů
3. vedro
4. spadlé stromy
5. objížďka
6. čokoládové hody.



Tým rorýsů nosí Tamaře informace o cestách, málokdy však jeden rorýs postihne všech šest aspektů cesty. Tamara si proto jejich zprávy řadí za sebe a jednou za čas z nich složí jedno ucelené hlášení. To udělá tak, že od každého čísla vezme nejnovější dostupnou informaci.

Tamara právě skládala tři hlášení pro cestu 124, když jí rorýs Richard hlášení omylem shodil ze stolu. Začátek výsledného hlášení vyhodnotila Tamara jako 1 ne, 2 ano, 3 ano, a ony tři záznamy v neznámém pořadí jsou:

- 2 ano, 3 ne, 5 ano, 6 ne
- 1 ne, 3 ano, 4 ne, 5 ne
- 1 ano, 2 ne, 4 ano, 6 ano

Může Tamara jednoznačně určit pořadí záznamů? Jak bude vypadat výsledný záznam?

Úloha 2A Pomluvy

(8 bodů)

Zvířátka jsou nadšená z nové komunikační aplikace jménem JámaChat a hned začala plánovat, jak ji co nejlépe využít. V JámaChatu si mohou zakládat skupiny o libovolném počtu členů, a to se jim náramně hodí, obzvlášť proto, že si občas rádi pošeptají nějaký ten drb.

Mají ale problém. Chtějí, aby si kdykoli nějaká dvě zvířátka mohli napsat něco o třetím, a to alespoň v jedné skupině, kde jsou právě ona dvě, ale to třetí tam není. Jinými slovy, pro libovolnou trojici zvířátek A, B a C musí být možné najít skupinu, ve které jsou A i B, avšak C chybí.

Zvířátka jsou sice sdílná, ale mají omezené místo. Ráda by tedy věděla, kolik nejméně skupin si musí na JámaChatu vytvořit, aby byla tato podmínka splněna, pokud je jich dohromady 20? A jak by takové skupiny měly vypadat?

Aby měla jistotu, že jejich řešení je opravdu nejušpurnější, potřebují také vysvětlit, proč by menší počet skupin nestačil.



Témátko 3A Molí lektvar – mladší**(celkem 16 bodů)**

Netopýr Norbert by si přál zdokumentovat zázračný molí lektvar, který mění barvy podle toho, jak moc je naředěný. Koncentrace takového lektvaru se udává v jednotkách $\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ (tedy kolik molů je rozmixovaných v 1 litru vody). Norbert má na začátku k dispozici zásobní 5 molární lektvar.



Aby si pořídil svoji sérii fotek, začíná s méně koncentrovaným lektvarem, do kterého postupně přidává více koncentrovaný molí lektvar (5 molární). Postupně se chce podívat na tyto nové koncentrace:

- 1 molární
- 3 molární
- 4 molární

Norbertovi z jiného pokusu zbylo 100 ml zředěného lektvaru o koncentraci 0,5 mol. Je mu líto tento zbytek zředěného lektvaru vylít, proto ho chce využít. Jednotlivé koncentrace chce získat přidáváním 5 molárního lektvaru. K tomu využije tento vzorec:

$$c_n \cdot V_n = c_p \cdot V_p + c_z \cdot V_z$$

Každou koncentraci (c) a objem (V) si označil:

- c_n – nová koncentrace
- V_n – nový objem
- c_p – předchozí koncentrace
- V_p – předchozí objem
- c_z – zásobní koncentrace
- V_z – zásobní objem

Pro novou koncentraci c_n a nový objem V_n , který má po dodání objemu V_z dalšího zásobního lektvaru (s koncentrací c_z), platí s využitím předchozí koncentrace c_p a předchozího objemu V_p .

Podúloha i)**(2 body)**

Jaký je vztah mezi objemy V_n , V_p a V_z ? Tedy jak se vypočítá nový objem V_n ? Neřešte koncentrace při vyjádření objemu.

Podúloha ii)**(4 body)**

Jaké množství 0,5 molárního lektvaru musí Norbert použít, aby po smíchání se zásobním lektvarem získal 450 ml 2 molárního lektvaru?

Podúloha iii)**(5 bodů)**

Kolik zásobního lektvaru je třeba přidat pro získání jednotlivých koncentrací, pokud chceme vždy využít celý lektvar s předchozí molární koncentrací? Tím Norbert myslí, že například pro vytvoření 3 molárního lektvaru chce smíchat 1 molární lektvar a zásobní lektvar. Kolik zásobního lektvaru musí Norbert přidat celkem?

Podúloha iv)**(5 bodů)**

Jaké množství lektvaru Norbert ušetří postupným ředěním lektvaru ve srovnání s přípravou 1, 3 a 4 molárního lektvaru zvlášť ve třech skleničkách, který by se vždy připravoval ze 100 ml čisté vody?

Kategorie starší

Úloha 1B Oblečení

(4 body)



Myška Mia si nedávno pořídila nové oblečení. Mia se ráda parádí, a tak při nakupování dbala na to, aby k sobě všechny kousky ladily. Koupila si 4 šály, 8 párů bot, 6 kabátů, 10 párů ponožek, 6 párů rukavic a 10 kalhot. Myška si nikdy nekoupila 2 totožné kusy oblečení, např. 2 tmavě zelené šály.

Kolik různých outfitů může z nového oblečení vytvořit? Uvažujme, že si vždy chce vzít přesně jeden kus/pár od každého druhu oblečení.

A o kolik více možností by měla, kdyby kombinovala rukavice a ponožky z různých párů? (Např.: Kdyby měla 2 modré rukavice a 2 červené rukavice, měla by 4 varianty, jak tyto rukavice nosit: M,M; M,Č; Č,M; Č,Č). Jak jsi na to přišel/přišla?

Nevypisuj prosím všechny varianty, důležitý je výpočet.

Úloha 2B Přístřešek

(8 bodů)

I na jaře se může ještě objevit sníh a pštrosa Petra už nebaví, když na něj sněží. Proto se rozhodl postavit si na zahrádce přístřešek. Plochou střechu chce udělat ze slámy a klacíků, kterých má dost, ale chyběly mu dřevěné sloupky. Zjel proto do Bobřího truhlářství, kde si 21 sloupů koupil.

Petr ještě nikdy přístřešek nestavěl, ale ví, že aby se střecha vlivem vlastní váhy nepropadla, musí být každý bod střechy vzdálen maximálně jeden metr od nejbližšího sloupu. Petr chce, aby jeho střecha měla tvar buď obdélníku nebo trojúhelníku. Hlavní ale je, aby střecha měla co největší obsah.

Jak nejlépe sloupky rozestavit? Jaká bude plocha přístřešku? (Než začneš počítat obsahy překrývajících se kružnic, ujisti se, jestli je nejde šikovně nahradit něčím lepším.)



Téma 3B Molí lektvar – starší

(celkem 16 bodů)

Netopýr Norbert by si přál zdokumentovat zázračný molí lektvar, který mění barvy podle toho, jak moc je naředěný. Koncentrace takového lektvaru se udává v jednotkách $\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ (tedy kolik molů je rozmixovaných v 1 litru vody). Norbert má na začátku k dispozici zásobní 5 molární lektvar.



Aby si pořídil svoji sérii fotek, začíná s méně koncentrovaným lektvarem, do kterého postupně přidává více koncentrovaný molí lektvar (5 molární). Postupně se chce podívat na tyto nové koncentrace:

- 1 molární
- 3 molární
- 4 molární

Norbertovi z jiného pokusu zbylo 100 ml zředěného lektvaru o koncentraci 0,5 mol. Je mu líto tento zbytek zředěného lektvaru vylít, proto ho chce využít. Jednotlivé koncentrace chce získat přidáváním 5 molárního lektvaru. K tomu využije tento vzorec:

$$c_n \cdot V_n = c_p \cdot V_p + c_z \cdot V_z$$

Každou koncentraci (c) a objem (V) si označil:

- c_n – nová koncentrace
- V_n – nový objem
- c_p – předchozí koncentrace
- V_p – předchozí objem
- c_z – zásobní koncentrace
- V_z – zásobní objem

Pro novou koncentraci c_n a nový objem V_n , který má po dodání objemu V_z dalšího zásobního lektvaru (s koncentrací c_z), platí s využitím předchozí koncentrace c_p a předchozího objemu V_p .

Podúloha i)

(1 bod)

Jaký je vztah mezi objemy V_n , V_p a V_z ? Tedy jak se vypočítá nový objem V_n ? Neřešte koncentrace při vyjádření objemu.

Podúloha ii)

(3 body)

Jaké množství 0,5 molárního lektvaru musí Norbert použít, aby po smíchání se zásobním lektvarem získal 450 ml 2 molárního lektvaru?



Podúloha iii)

(3 body)

Kolik zásobního lektvaru je třeba přidat pro získání jednotlivých koncentrací, pokud chceme vždy využít celý lektvar s předchozí molární koncentrací? Tím Norbert myslí, že například pro vytvoření 3 molárního lektvaru chce smíchat 1 molární lektvar a zásobní lektvar. Kolik zásobního lektvaru musí Norbert přidat celkem?

Podúloha iv)

(3 body)

Jaké množství lektvaru Norbert ušetří postupným ředěním lektvaru ve srovnání s přípravou 1, 3 a 4 molárního lektvaru zvlášť ve třech skleničkách, který by se vždy připravoval ze 100 ml čisté vody?

Podúloha v)

(3 body)

Norbert tvrdí, že pro tvorbu 4 molárního lektvaru ze 3 molárního lektvaru stačí přidat stejné množství, které přidal pro tvorbu 1 molárního lektvaru z 0,5 molárního lektvaru. Má pravdu? Pokud ne, vysvětlete, proč je jeho úvaha špatná?

Podúloha vi)

(3 body)

Norbert má 100 ml od každé koncentrace (0,5 molu, 1, 3 a 4 molární). Jaké všechny koncentrace může vyrobit smícháním vždy dvou těchto lektvarů? Při každém smíchání použije vždy celé lektvary dané koncentrace. Kolik koncentrací může Norbert vyrobit, když by při míchání přidal od jednoho lektvaru pouze 50 ml a od druhého 100 ml jako předtím?