Ahoj!

Vítej v Jámě lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již sedmnáctým rokem Českým vysokým učením technickým v Praze.

Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká několik záludných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na `https://jamalvova.cz` a dále na Facebooku a Instagramu.

Novinky v 17. ročníku

V letošním ročníku budeme až od druhého kola pokračovat v podobném duchu jako minule. Zadání každé kategorie se skládá z dvou kratších úloh a jedné rozsáhlejší úlohy, které říkáme *témátko*.

Témátko se věnuje konkrétní oblasti matematiky, fyziky či informatiky a snaží se Ti ji přiblížit pomocí několika podúloh.

Pořádně popiš všechny svoje myšlenky!

Bez postupu body nedostaneš.

Řeš úlohy samostatně, je to soutěž.

Klidně ale hledej informace na internetu.

I za částečné řešení či dobrý nápad získáš body.

Přihlásit se můžeš kdykoliv!

Stačí poslat jedinou úlohu.

Formát úloh

Každou úlohu piš na samostatný papír formátu A4. Je-li listů více, očísluj je, ať vše najdeme. Při odevzdávání přes webové stránky, dej každou úlohu do samostatného PDF dokumentu.

Svá řešení nám pošli do **13. února 2026** prostřednictvím stránek soutěže.

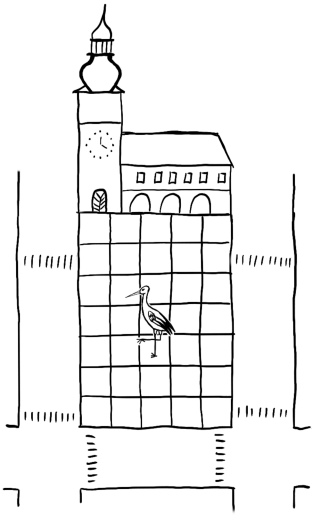
Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Alenka, Anet, Anička, Bětka, Honza, Honza, Káťa, Lenička, Linda, Láďa, Lída, Luci, Mája, Martin, Matěj, Michal, Míla, malý Ondra, velký Ondra, Soptík, Tomáš, Zuzka

Kategorie mladší

Úloha 1A Procházka (4 body)

Čáp Čestmír chodí po náměstí. Náměstí je tvořeno čtvercovými dlaždicemi uspořádanými do mřížky (podobně jako šachovnice). Čestmír vždy stojí na jedné dlaždici právě jednou nohou. Může udělat krok na jednu z dlaždic, která sousedí hranou s tou, na které Čestmír právě stojí (nemůže chodit šikmo). Při kroku na vedlejší dlaždici se postaví na druhou nohu, než na které právě stojí (střídá vždy levou a pravou nohu).
Uprostřed náměstí je dlaždice, na které právě teď stojí Čestmír na pravé noze. Tam začíná svou procházku. Je možné, aby po nějaké procházce po náměstí skončil na této dlaždici, ale stojící na druhé noze? Pokud ano, řekni, jakou cestu má Čestmír zvolit. Pokud to možné není, vysvětli proč.



Obrázek 1: Ukázka náměstí. Jeho velikost však není nijak omezena.

Úloha 2A Jelení SUDOKU (8 bodů)

Japonský jelen Jiro rád luští Jelení SUDOKU. Jde o hru s čísly, která se vyplňují do políček ve čtvercové mřížce podle jasných pravidel:

- Čtvercová mřížka má vždy 3×3 menších políček (na výšku $\times$ na šířku).
- Do každého políčka můžeme vyplnit pouze čísla 1, 2 nebo 3.
- V každém sloupci a každém řádku se žádné číslo nesmí opakovat.
- Aby hra skončila, musíme čísly vyplnit úplně všechna políčka.

$\longrightarrow$

3	1	2
1	2	3
2	3	1

Jiro rád Jelení SUDOKU tvoří a různě si s ním ve volném čase hraje.

1. Jednoho dlouhého zimního večera vyplnil na diagonálu samé jedničky. Chtěl najít jediné správné řešení, jenže zjistil, že jich je nakonec víc. Začal hloubat a zajímalo by ho, kolik vlastně existuje různých způsobů, jak zbývající políčka vyplnit. Samozřejmě tak, aby dodržel pravidla Jeleního SUDOKU. (3 body)

1		
	1	
		1

2. Veverky si z Jira udělaly na apríla srandu a přinesly mu na vyřešení úplně prázdné Jelení SUDOKU. Kolika způsoby ho může Jiro správně vyplnit? (5 bodů)

Tématko 3A Tuneliště lištičky Libušky – mladší (celkem 16 bodů)

Liška Libuška má propracovaný systém nor. Má hromadu různých komůrek, které jsou propojeny tunely. Za ta léta stihla vyhrabat takové množství tunelů, že je z toho bezmála bludiště.

Vše má hezky zorganizované: v jedné komůrce je spíž, v další pracovna, v jiné ložnice a samozřejmě nesmí chybět i obývák, ve kterém liška Libuška a její kamarádi často popíjejí čaj. Má to ovšem malý háček – systému, který liška Libuška vymyslela, nerozumí nikdo jiný než ona sama. To se ukázalo být problémem, když chce, aby ji navštívili její kamarádi. Byla by nejradši, kdyby sami našli cestu až do jejího obýváku, a nemusela je vodit po jednom sama, protože tunely jsou velké akorát pro dvě zvířátka, pro ní a jednoho kamaráda. Vymyslela tedy chytrý systém pro navigaci v jejím domečku.

Libuška má nyní způsob navigace, který když vysvětlí svým kamarádům, tak se snadno dostanou až k ní do obýváku a společně popijí šálek výborného čaje.

Ve zkratce, všem rozdá lísteček s pozvánkou na čaj, na němž bude také slovo z různých písmenek, podle kterého se dostanou do jejího obýváku. Pravidla pro navigaci vymyslela následujícím způsobem:

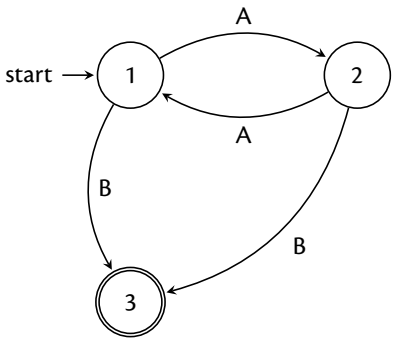
- Každá komůrka má své unikátní číslo, které zná pouze Libuška.
- Z komůrky vedou tunely do dalších komůrek, tyto tunely jsou označené jedním nebo více písmeny od A po Z. Tyto tunely mají dveře, které ale mají kliku jenom z jedné strany, takže tunely jsou jednosměrné.
- Kamarádi se v každé komůrce podívají, jaké písmenko mají na lístečku nejvíce vlevo a ještě ho neškrtli.
  - Nejdříve se podívají, jestli na nějakém tunelu není napsané toto písmenko. Jestli ano, půjdou tímto tunelem dál (a žádným jiným).
  - Pokud by Libuška nad tunel nenapsala žádné písmenko, znamená to, že s ním může projít zvířátko, které má na papíru libovolné písmenko, co není nadepsané nad žádným jiným tunelem vedoucím z dané místnosti.
  - Pokud zvířátko má za cíl jít tunelem s písmenkem, které tam vůbec není (z místnosti žádný takový tunel nevede a není tam tunel bez písmenka), vzdá to a vrátí se po nouzovém žebříku z tunelu nahoru zpátky domů.
- Po průchodu libovolným tunelem si toto písmenko nejvíce vlevo zvířátko škrtne.
- Pokud už zvířátko nemá žádné písmenko na lístku a není v obýváku, vzdá to a vyleze bezúspěšně po nouzovém žebříku nejrychlejší cestou pryč také.

Pokud si chceš ověřit, že jsi domeček správně navrhl(a), zkus si podle tohoto postupu projít tunel s nějakými slovy na lístečku, se kterými by ses do obýváku měl(a) dostat a i taková, se kterými bys do cíle dorazit neměl(a).

Pro upřesnění uvádíme ještě několik připomínek k řešení:

- Počítáme s tím, že 0 je sudá, zároveň je 0 dělitelná všemi čísly.
- Slovo na lístečku nemůže být prázdné.
- Nouzové žebříky pro opuštění "tuneliště" nekreslíme.
- Tunely mohou vést i z obýváku. Zvířátka předem neví, jak obývák vypadá, to jim poví až po vyškrtání všech písmenek liška, když vyleze ze skrýše.

Malý systém nor může vypadat třeba takhle:



V tomto systému vede zvenku pouze jeden vstup, a to do komůrky číslo 1. Pokud liška projde tunelem **A**, dostane se do komůrky 2. Pokud projde tunelem **B**, dostane se do komůrky 3. Z komůrky 2 se může dostat zpět do komůrky 1 nebo dál do komůrky 3. Tato komůrka číslo 3 je finální – značíme obkroužkováním – tedy zde je liščin obývák.

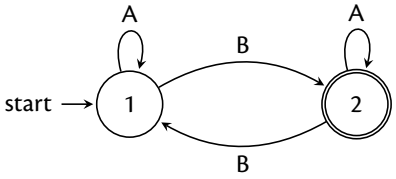
V tomto případě by jim dala lísteček, na kterém by bylo napsáno třeba „AB“ (případně pouze „B“) – značící, kterými tunely jít. Její kamarádi následující její systém značení tunelů by se bezpečně dostali až k ní do obýváku.

Poznámka: U všech úloh uváděj tvůj postup. Úlohy jsou seřazeny v určitém myšlenkovém sledu a víceméně podle obtížnosti, ale pokud ti některá nepůjde, můžeš ji přeskočit. Víme, že je tématko tentokrát trochu těžší než běžně, takže pokud by ti v zadání nebylo něco jasné, klidně se nám ozvi na e-mail jamalvova@jamalvova.cz :)

Nápověda pro všechny podúlohy následující po domečku s kódem "RECOMBEE"

Zvířátka předem neví, jak má vypadat obývák, takže mohou zabloudit, přestože už na něj narazili. Kamarád tedy ukončí svou cestu ve chvíli, kdy došel celé své slovo. Během této cesty může navštívit obývák vícekrát, ale počítá se až ta místnost, ve které skončí. Navíc je možné postavit cestu z jedné místnosti do ní samotné.

Tedy například, pro následující domeček:



se k lišce do obýváku dostane zvířátko se slovem „ABA", ale už ne zvířátko se slovem „ABAB" – skončilo by totiž v místnosti číslo 1, kde liška nemá obývák.

Podúloha i) **(4 body)**

Libuška si tě povolala jako architekta. Zkus jí navrhnout a nakreslit jakýkoli podobný domeček, fantazii se meze nekladou.
Dodrž pouze následující: nesmíš použít domeček ze zadání, musí mít start i obývák, alespoň pět místností dohromady a ze startu půjde procestovat všechny místnosti až do obýváku (je jedno, jestli pro nějaké konkrétní slovo na lístečku, nebo více slov).

Podúloha ii) **(4 body)**

Zvládneš nakreslit, jak by vypadal liščin domeček, pokud by její kamarádi dostali papírek se slovem „RECOMBEE"? (To je spřátelená firma, která Libušce pomáhá a sponzoruje její domečky.)

Podúloha iii) **(4 body)**

Liška má hravou náladu, a proto si vymyslela hru. Každému kamarádovi dá jiné slovo, ale přesto se všichni sejdou u ní v obýváku. To bude překvapení!

Nakresli, jak by vypadal liščin domeček takový, aby se do obýváku dostali kamarádi mající napsané libovolné slovo, které má **právě** pět písmenek.

Podúloha iv) **(4 body)**

Lišce se do obýváku dostali mravenci a snědli jí celé zásoby zeleného čaje! To není možné, museli nějak rozluštit předchozí slova. Liška se rozhodla, že svůj domeček přeskládá a vymyslí cesty, které už nebudou tak jednoduché jako ty předchozí.

Nakresli, jak by vypadal domeček, kde se do obýváku dostanou pouze zvířátka, která budou mít ve svém slově sudý počet písmenek **A** a žádná jiná písmenka.

Kategorie starší

Úloha 1B Sprchovat, či vykoupat se? To je, oč tu běží! (5 bodů)

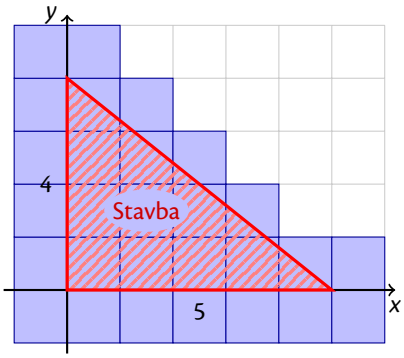
Hrošice Hedvika se rozhoduje, jestli si dá sprchu, nebo se vykoupe. Záleží jí na tom, aby spotřebovala co nejméně vody.

Pozorováním zjistila, že ve sprše i ve vaně se jí naplní 1 kyblík studené vody za 1 minutu, ale 1 kyblík teplé vody za 30 vteřin. Dále přišla na to, že ideální teploty vody dosáhne, když ji napustí v poměru 1 díl studené a 3 díly teplé vody. Aby byla spokojená, musí do vany napustit 40,5 kyblíku teplé vody. Hedvika má ráda vodu, a tak ve sprše stráví průměrně 30 minut. Raději se ale vykoupe. Tudíž pokud by spotřeba vody při vykoupání se byla větší, ale rozdíl by byl do 25 % od spotřeby vody při vysprchování se, tak se raději vykoupe.

Zjistěte, jestli se hrošice Hedvika vykoupe či vysprchuje a kolik vody by spotřebovala při vysprchování se a kolik při vykoupání se. Jak jsi na to přišel/přišla?

Úloha 2B Stavba (8 bodů)

Zvířátka ve městě Pravá se rozhodla postavit si velkolepou stavbu. Stavba bude mít podstavu pravoúhlého trojúhelníku, který má odvěsny (dvě nejkratší strany) dlouhé 85 m a 55 m. Prvně ale musí skoupit pozemky, na kterých bude stavba postavena. Všechny pozemky jsou čtvercové o velikosti 1 m × 1 m a jsou uspořádané v pravidelné mřížce. Odvěsny stavby přiléhají k osám této mřížky.



1. Zvířátka nechtějí, aby se stavba dotýkala nezakoupeného pozemku, a to ani rohem. (Přece jenom se tak budova bude snáze opravovat, když k ní budou mít přístup.) Kolik pro to musí koupit pozemků včetně těch, které se přepony (nejdelší strany) pouze dotýkají? (3 body)
2. Zvířátka zjistila, že nemají v rozpočtu mnoho peněz, a tak by je zajímala i varianta, kdy se budova bude moci dotýkat rohu nezakoupeného pozemku. (3 body)
3. Zkus vyjádřit počet pozemků obou variant pomocí X a Y, kde X a Y jsou délky odvěsen trojúhelníku. (2 body)

Tématko 3B Tuneliště lištičky Libušky – starší (celkem 16 bodů)

Liška Libuška má propracovaný systém nor. Má hromadu různých komůrek, které jsou propojeny tunely. Za ta léta stihla vyhrabat takové množství tunelů, že je z toho bezmála bludiště.

Vše má hezky zorganizované: v jedné komůrce je spíž, v další pracovna, v jiné ložnice a samozřejmě nesmí chybět i obývák, ve kterém liška Libuška a její kamarádi často popíjejí čaj. Má to ovšem malý háček – systému, který liška Libuška vymyslela, nerozumí nikdo jiný než ona sama. To se ukázalo být problémem, když chce, aby ji navštívili její kamarádi. Byla by nejradši, kdyby sami našli cestu až do jejího obýváku, a nemusela je vodit po jednom sama, protože tunely jsou velké akorát pro dvě zvířátka, pro ní a jednoho kamaráda. Vymyslela tedy chytrý systém pro navigaci v jejím domečku.

Libuška má nyní způsob navigace, který když vysvětlí svým kamarádům, tak se snadno dostanou až k ní do obýváku a společně popijí šálek výborného čaje.

Ve zkratce, všem rozdá lísteček s pozvánkou na čaj, na němž bude také slovo z různých písmenek, podle kterého se dostanou do jejího obýváku. Pravidla pro navigaci vymyslela následujícím způsobem:

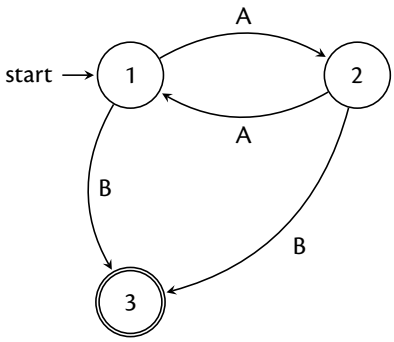
- Každá komůrka má své unikátní číslo, které zná pouze Libuška.
- Z komůrky vedou tunely do dalších komůrek, tyto tunely jsou označené jedním nebo více písmeny od A po Z. Tyto tunely mají dveře, které ale mají kliku jenom z jedné strany, takže tunely jsou jednosměrné.
- Kamarádi se v každé komůrce podívají, jaké písmenko mají na lístečku nejvíce vlevo a ještě ho neškrtli.
  - Nejdříve se podívají, jestli na nějakém tunelu není napsané toto písmenko. Jestli ano, půjdou tímto tunelem dál (a žádným jiným).
  - Pokud by Libuška nad tunel nenapsala žádné písmenko, znamená to, že s ním může projít zvířátko, které má na papíru libovolné písmenko, co není nadepsané nad žádným jiným tunelem vedoucím z dané místnosti.
  - Pokud zvířátko má za cíl jít tunelem s písmenkem, které tam vůbec není (z místnosti žádný takový tunel nevede a není tam tunel bez písmenka), vzdá to a vrátí se po nouzovém žebříku z tunelu nahoru zpátky domů.
- Po průchodu libovolným tunelem si toto písmenko nejvíce vlevo zvířátko škrtne.
- Pokud už zvířátko nemá žádné písmenko na lístku a není v obýváku, vzdá to a vyleze bezúspěšně po nouzovém žebříku nejrychlejší cestou pryč také.

Pokud si chceš ověřit, že jsi domeček správně navrhl(a), zkus si podle tohoto postupu projít tunel s nějakými slovy na lístečku, se kterými by ses do obýváku měl(a) dostat a i taková, se kterými bys do cíle dorazit neměl(a).

Pro upřesnění uvádíme ještě několik připomínek k řešení:

- Počítáme s tím, že 0 je sudá, zároveň je 0 dělitelná všemi čísly.
- Slovo na lístečku nemůže být prázdné.
- Nouzové žebříky pro opuštění "tuneliště" nekreslíme.
- Tunely mohou vést i z obýváku. Zvířátka předem neví, jak obývák vypadá, to jim poví až po vyškrtání všech písmenek liška, když vyleze ze skrýše.

Malý systém nor může vypadat třeba takhle:



V tomto systému vede zvenku pouze jeden vstup, a to do komůrky číslo 1. Pokud liška projde tunelem **A**, dostane se do komůrky 2. Pokud projde tunelem **B**, dostane se do komůrky 3. Z komůrky 2 se může dostat zpět do komůrky 1 nebo dál do komůrky 3. Tato komůrka číslo 3 je finální – značíme obkroužkováním – tedy zde je liščin obývák.

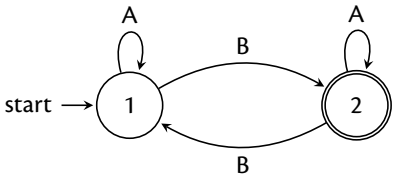
V tomto případě by jim dala lísteček, na kterém by bylo napsáno třeba „AB“ (případně pouze „B“) – značící, kterými tunely jít. Její kamarádi následující její systém značení tunelů by se bezpečně dostali až k ní do obýváku.

Poznámka: U všech úloh uváděj tvůj postup. Úlohy jsou seřazeny v určitém myšlenkovém sledu a víceméně podle obtížnosti, ale pokud ti některá nepůjde, můžeš ji přeskočit. Víme, že je tématko tentokrát trochu těžší než běžně, takže pokud by ti v zadání nebylo něco jasné, klidně se nám ozvi na e-mail jamalvova@jamalvova.cz :)

Nápověda pro všechny podúlohy následující po domečku s kódem "RECOMBEE"

Zvířátka předem neví, jak má vypadat obývák, takže mohou zabloudit, přestože už na něj narazili. Kamarád tedy ukončí svou cestu ve chvíli, kdy došel celé své slovo. Během této cesty může navštívit obývák vícekrát, ale počítá se až ta místnost, ve které skončí. Navíc je možné postavit cestu z jedné místnosti do ní samotné.

Tedy například, pro následující domeček:



se k lišce do obýváku dostane zvířátko se slovem „ABA", ale už ne zvířátko se slovem „ABAB" – skončilo by totiž v místnosti číslo 1, kde liška nemá obývák.

Podúloha i) **(2 body)**

Zvládneš nakreslit, jak by vypadal liščin domeček, pokud by její kamarádi dostali papírek se slovem „RECOMBEE"? (To je spřátelená firma, která Libušce pomáhá a sponzoruje její domečky.)

Podúloha ii) **(2 body)**

Liška má hravou náladu, a proto si vymyslela hru. Každému kamarádovi dá jiné slovo, ale přesto se všichni sejdou u ní v obýváku. To bude překvapení!

Nakresli, jak by vypadal liščin domeček takový, aby se do obýváku dostali kamarádi mající napsané libovolné slovo, které má **právě** pět písmenek.

Podúloha iii) **(2 body)**

Lišce se do obýváku dostali mravenci a snědli jí celé zásoby zeleného čaje! To není možné, museli nějak rozluštit předchozí slova. Liška se rozhodla, že svůj domeček přeskládá a vymyslí cesty, které už nebudou tak jednoduché jako ty předchozí.

Nakresli, jak by vypadal domeček, kde se do obýváku dostanou pouze zvířátka, která budou mít ve svém slově sudý počet písmenek **A** a žádná jiná písmenka.

Podúloha iv) **(2 body)**

Nakreslete domeček, kde cílové slovo obsahuje nejdříve lichý počet písmenek **A** a poté tolik písmenek **B**, aby byl jejich počet dělitelný třemi. (Tedy do obýváku ze vchodu musí projít jakékoli zvířátko se slovem, jenž splňuje tyto podmínky.)

Podúloha v) **(2 body)**

Nakreslete domeček, kde se cílové slovo skládá nejdříve z **A**ček a pak z **B**ček a zároveň má buď

- nenulový počet písmenek **A** dělitelný třemi. NEBO
- nenulový sudý počet písmenek **B**,

Slovo musí splňovat právě jednu z podmínek (takže nesmí splňovat obě naráz).

Podúloha vi) **(3 body)**

Nakreslete domeček, kde cílové slovo bude mít

- sudý počet písmen **A**, A ZÁROVEŇ
- lichý počet písmen **B**.

Pozor! V této úloze je možné písmena **A** a **B** míchat mezi sebou. Tedy slovo „AAB" i „ABA" splňuje zadané požadavky.

Podúloha vii) **(3 body)**

Lišce se nedaří vymyslet, jak poskládat domeček, aby mohla kamarádům dát to úplně nejvtipnější slovo složené jenom z písmen **A**, **B** a **C**. Chce, aby obsahovalo několik písmen **A**, pak libovolný počet písmen **B**, a nakonec písmena **C** tak, aby jich bylo stejně jako **A**ček.

$$\underbrace{AA\cdots A}_{N\text{ krát}}\ \underbrace{BB\cdots B}_{\geq 0\text{ krát}}\ \underbrace{CC\cdots C}_{N\text{ krát}} \qquad kde\ 1 \leq N \leq 10$$

Tedy například:

- „ABC“, „ABBBBBC“ i „AAAABCCCC“ jsou v pořádku. Mají stejný počet **A**ček a **C**ček.
- „BC“, „ABCC“ i „AAABC“ NEjsou v pořádku – mají odlišný počet **A**ček a **C**ček.

Zvládneš lišce s tímto domečkem pomoci?