

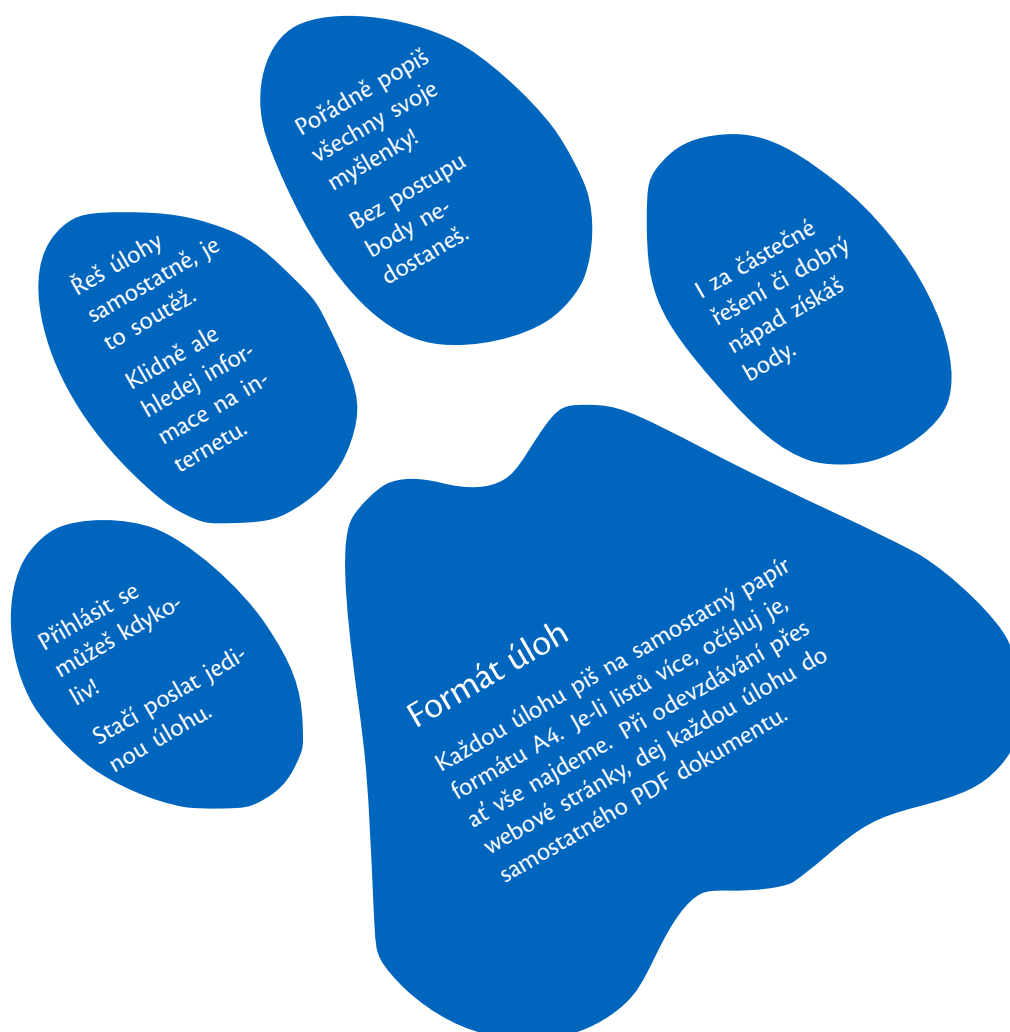


Ahoj!

Vítej v Jámě lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již sedmnáctým rokem Českým vysokým učením technickým v Praze.

Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká několik záložných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na <https://jama.lvova.cz> a dále na Facebooku a Instagramu.



Svá řešení nám pošli do **24.11.** prostřednictvím stránek soutěže.

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Alenka, Anet, Anička, Běťka, Honza, Honza, Káťa, Lenička, Linda, Láďa, Lída, Luci, Mája, Martin, Matěj, Matěj, Michal, Mila, Ondra, Ondra, Tomáš, Zuzka

Kategorie mladší

Úloha 0A Byrokratická

(2 body)



Úředního šimla Honzíka i jeho kolegy velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstat v kanceláři přes noc. Rozhodli se tedy, že budou vyžadovat, aby měly všechny úlohy opravdu správný formát. Pomoz Honzíkově tak, že Tvé úlohy budou čitelné a budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, ideálně s očíslovanými listy.)

Svá řešení můžeš po přihlášení nahrát na stránky jama.lvova.cz. Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na e-mail (jama.lvova@jama.lvova.cz).

Úloha 1A Luštěniny

(5 bodů)

Holoubek Hynek chtěl pomoci Popelce, která od zlé macechy dostala za úkol roztřídit určitý počet hrášku a čočky. Měl k dispozici tři látkové sáčky. Do jednoho sáčku měl dát pouze hrášek, do druhého pouze čočku a do třetího mix hrášku a čočky. Po roztřídění holoubek Hynek sáčky zavřel a vrátil se k nim až později večer, kdy vytiskl tři nápisy – „hrášek“, „čočka“ a „hrášek s čočkou“. Hynek je na sáčky nalepil, jenže si popletl, v jakém sáčku byl jaký obsah. Jediné, co ví, je to, že všechny tři nápisy nalepil špatně. (Např. sáček „čočka“ obsahuje hrách, sáček „hrášek“ obsahuje čočku a hrášek, a sáček „hrášek s čočkou“ by tedy obsahoval čočku.)



Porad' Hynkovi, kolikrát nejméně musí z nějakého sáčku vytáhnout náhodnou kuličku, aby s jistotou řekl, který sáček obsahuje které luštěniny, a Popelka nedostala od macechy trest. Svoji úvahu co nejlépe popiš.

Úloha 2A Tajemné číslo

(7 bodů)

Jednoho slunečného dne se kočička Karla potkala na dvorku s chytrým myšákem Míšou. Míša si zrovna nesl lup v podobě velkého kusu sýra. Kočka Karla sýr zbožňuje a chtěla ho získat pro sebe. Proto se s myšákem Míšou vsadila, že když uhodne číslo, které si myšák myslí, bude ji ten kus sýra muset myšák dát. Myšák Míša je však velmi mazaný a nechtěl se nechat jen tak připravit o svůj sýr, dal jí proto jen tyto čtyři nápovědy:



- Číslo, které si myslím je třímístné.
- Součet všech číslic v daném čísle vyjde 12.
- První číslice mého čísla je o 2 větší než jeho poslední číslice.
- Žádná číslice v daném čísle není násobkem čísla dva.

Kočka Karla teď přemýšlí, škrábe se za ouškem a snaží se číslo uhodnout. Dokážeš jí pomoci, aby vyhrála velký kus sýra a neudělala si ostudu před myšákem Míšou?

Úloha 3A Hra

(9 bodů)



Medojedka Majda a Agama Anička spolu rády hrají hry. Obě jsou velice soutěživé a rády vyhrávají. Vzhledem k tomu, že medojedka Majda je mladší, vždy ve všech hrách začíná, a aby to nebylo agamě Aničce líto, tak ta vždy vybírá, jakou hru budou hrát. Dneska vybrala hru, která má následující pravidla. Na začátku je na tabuli jedno přirozené číslo větší než 1. Hráči se střídají v tazích. Během svého tahu hráč postupně smaže všechna čísla, jejichž hodnota není 1, a místo každého z nich napíše vždy dvě přirozená čísla, jejichž součet je roven původnímu číslu. Hráč, který má na začátku svého tahu na tabuli pouze čísla 1, prohrál.

Zjistěte, pro která počáteční čísla v intervalu 2 až 20 může začínající hráč (medojedka Majda) vždy vyhrát bez ohledu na tahy druhého hráče (agama Anička). Zkuste také zapřemýšlet nad tím, jestli vyhraje agama Anička nebo Medojedka Majda, když je na tabuli číslo 2. Co když je na tabuli číslo 3? A co 4? atd...



Úloha 4A Koničky

(7 bodů)

Žabka Žofka se přestěhovala do nového města do ulice s pěti domy vedle sebe. Její sousedi jsou klokanice Karolína, jelen Jindra, gepard Gustav a buvol Bořek. Žofka by se chtěla začít věnovat nějakému sportu a také by si ráda s některým ze svých sousedů zahrála svoji oblíbenou karetní hru prší. Když se přes plot bavila se svou sousedkou klokanicí Karolínou, která bydlí úplně vpravo, tak jí klokanice řekla, že každý v této ulici hraje jiný sport a má oblíbenou jinou společenskou hru. Karolína také pozvala žabku, aby si s ní zahrála její oblíbený sport a oblíbenou deskovou hru. Jenže klokanice Karolína neříká věci na rovinu, takže žabce řekla jenom, že stejně jako další zvířátka z této ulice hraje buď florbal, lakros, curling nebo volejbal a oblíbené hry v této ulici jsou mariáš, člověče nezlob se, šachy a prší.



Žabka Žofka je však bystrá a tak svým pozorováním zjistila pár informací o svých sousedech. Na zvonku domu, který je úplně vlevo, je napsáno Jelen Jindra. Jelen, gepard a klokanice si ráno povídali o šachových figurkách. V domě nalevo od jejího viděla na dvoře volejbalový míč. Soused jelena, gepard Gustav, u čaje zmiňoval, že nehraje lakros. Klokanice ji hned při přivítání řekla, že nehraje prší. Buvol Bořek si s Gustavem u oběda vyměňoval rady ohledně taktiky ve hrách mariáš a člověče nezlob se. Žabka viděla na zahradě vedlejšího domu karty rozdané na mariáš. Od Klokanice se dozvěděla, že prší si zahraje s tím zvířátkem, které hraje curling. Jaký sport dělá klokanice Karolína a s kým si má žabka Žofka zahrát prší? Jak jsi na to přišel/přišla?

Kategorie starší

Úloha 0B Byrokratická

(2 body)



Úředního šimla Honzíka i jeho kolegy velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstat v kanceláři přes noc. Rozhodli se tedy, že budou vyžadovat, aby měly všechny úlohy opravdu správný formát. Pomoz Honzíkovi tak, že Tvé úlohy budou čitelné a budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, ideálně s očíslovanými listy.)

Svá řešení můžeš po přihlášení nahrát na stránky jama.lvova.cz. Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na e-mail (jama.lvova@jama.lvova.cz).

Úloha 1B Vážení na váze

(5 bodů)

Vážka Věrka vyhlásila soutěž ve sběru papíru. Aby mohla porovnávat výkony jednotlivých zvířátek, vyrobila si pěknou rovnoramennou váhu. Na takové váze se váží tak, že se na jedno rameno narovná vážený papír, a na druhé se pokládají závaží tak dlouho, dokud se hmotnosti nevyrovnají. Závaží si chce Věrka teprve koupit, ale nechce za ně utratit zbytečně mnoho peněz. Jedno závaží libovolné hmotnosti totiž stojí celé tři penízky. Kolik a jak těžká závaží si má Věrka koupit, aby byla schopná zvážit až jeden kilogram papíru najednou s přesností na jeden gram?



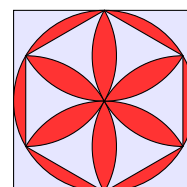
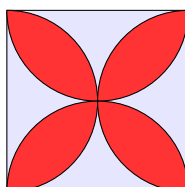
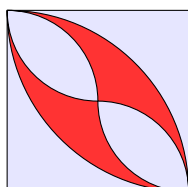
Úloha 2B Vitráže

(8 bodů)

Mývala Matyho učarovaly barevné vitráže Medvědího dómu. Obzvláště ho nadchlo barevné světlo, které vitráže pouštějí do místnosti. Rozhodl se proto, že si nějaké pořídí k sobě domů. Teď stojí v obchodě a přemýšlí, které vitráže koupit, aby barevného světla nebylo ani moc, ani málo. Prodáváč Matymu dokázal říct jen to, že všechny vitráže mají tvar čtverce o hraně 10 cm. Jak velkou plochu zabírají červené části vitráží?

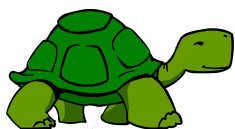
Víme, že:

- Obsah kruhu spočítáme jako $S = \pi \cdot r^2$, kde π je přibližně 3,14 a r je poloměr kruhu.
- Obsah obdélníka je $S = a \cdot b$, kde a a b jsou délky stran.
- Obsah rovnostranného trojúhelníka je $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$, kde a je délka strany.
- Obsah pravidelného šestiúhelníku je $S = \frac{3}{2} \cdot a^2 \cdot \sqrt{3}$, kde a je délka jedné strany.



Úloha 3B Rozbitý výtah

(9 bodů)



Želva Žofie bydlí v prvním patře nejvyššího mrakodrapu v království. Protože už jí je 101 let, je i ve svém prvním patře odkázána na výtah. Ten se ale nedávno rozbil. Správce mrakodrapu, klokan Kamil, dokázal na výtahu zprovoznit jen dvě tlačítka. První vyveze kabinu výtahu o 11 pater nahoru a druhé o 7 pater směrem dolů. Jak se má Žofie dostat z přízemí (nulté patro) do prvního patra? (Nahoru i dolů může jet kolikrát chce. Např. kdyby výtah jezdil nahoru o pět pater a dolů o tři, pojedje dvakrát nahoru a třikrát dolů.)

A co kdyby výtah jezdil nahoru o 563 pater a dolů o 271 pater? Existuje způsob, jak spočítat, kolikrát má Žofie jet nahoru a kolikrát dolů v obecném případě, kdy nahoru jede vždy o n pater a dolů o m pater?

Předpokládej, že n i m jsou prvočísla a zároveň n je vždy větší než m .



Úloha 4B Šimonův jahodový stánek

(6 bodů)

Špaček Šimon před zimou zavírá svůj stánek s občerstvením a chce se zbavit zbytků zásob. Ve skladu mu zůstalo 24 litrů smetany, 24 kilo mouky a 25 kilo jahod. Z těchto surovin Šimon připravuje následující dobroty:

- zmrzlina ze tří litrů smetany a jednoho kilogramu jahod,
- řezy ze dvou kilogramů mouky, jednoho litru smetany a dvou kilogramů jahod,
- koláče ze tří kilogramů mouky a dvou kilogramů jahod.

Kolik várek zmrzliny, řezů a koláčů má Šimon připravit, aby mu nic nezbylo?

