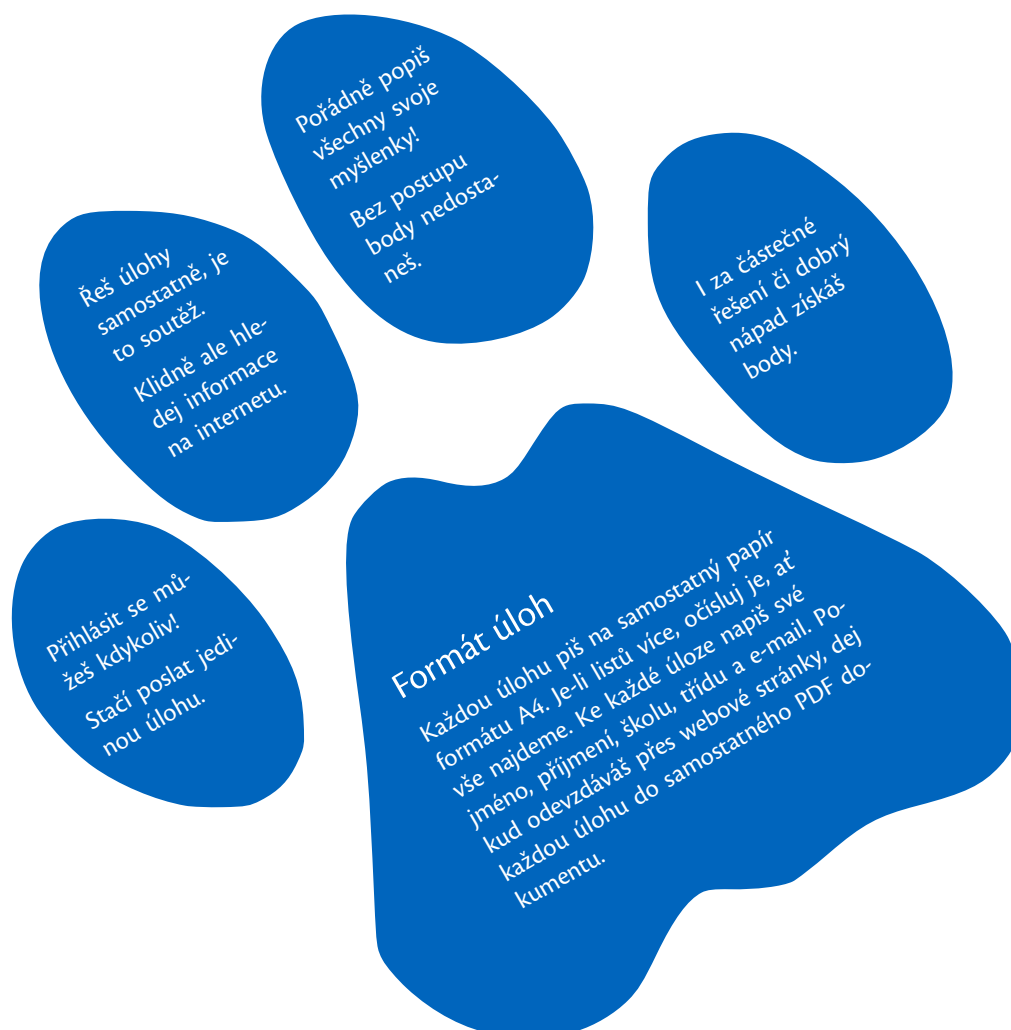


## Ahoj!

Vítej v Jámě Lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již 11. rokem Českým vysokým učením technickým v Praze.

Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká pět záložných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na <https://jama1vova.cz> a dále na Facebooku.



Svá řešení nám pošli do **6. dubna 2020** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor PR a marketingu – Jáma Lvová  
Rektorát ČVUT  
Jugoslávských partyzánů 3  
160 00 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

*Alenka, Čenda, Honza, Káťa, Kobi, Lenka, Láďa, Matěj, Maťa, Terezka, Vilda, Zuzka a Zuzka*



## Kategorie mladší

### Úloha 1A Pěstitelská

(5 bodů)



Grizzly Gustav se dal na pěstování květin. Po rocích snažení se mu povedlo vypěstovat krásenku ve svých oblíbených barvách - modré a žluté. Obě barvy jsou ale zvláštním způsobem propojeny. Modře kvetoucí krásenka vytvoří na podzim dva modré a jeden žlutý plod, zatímco žlutě kvetoucí dá dva modré a čtyři žluté plody. V modrém plodu uzrají tři modrá a jedno žluté semeno a ve žlutém dvě modrá a tři žlutá semena. Barvy semen našťástí odpovídají barvě květin, a všechna semínka vzejdou. Aby se v tom Gustav vyznal, vytvořil si následující dvě tabulky (viz tabulky 1a, 1b).

květina		modrá	žlutá
plody	modré	2	2
	žluté	1	4

(a) Jaké květiny tvoří plody

plody		modré	žluté
semena	modré	3	2
	žluté	1	3

(b) Jaké v plodech zrají semena

Tabulka 1

Teď by rád našel způsob, jak obě tabulky spojit a získat jednu, která by mu řekla, kolik kterých semen dostane z jedné modré a kolik z jedné žluté květiny. Kdyby se mu to povedlo, mohl by pak snadněji zjistit, kolik kterých semen bude mít po dvou letech. Pomůžeš mu spočítat, kolik kterých semen bude z jednotlivých květin po jednom roce a jaká semena bude moci zasít třetího roku?

### Úloha 2A Snědený dort

(7 bodů)

Krokodýlu Gottlobovi zmizel přes noc ze spíže dort. Protože aligátor Augustus, bazilišek Bertrand, gaviál George a leguán Ludwig jsou známí svou oblibou sladkého, šel se jich Gottlob zeptat, co o zmizelém dortu vědí. Řekli mu toto:

Augustus: Já jsem dort neujídal.

Bertrand: Buď jsem ho neujídal ani já ani Ludwig nebo ho ujídal George.

George: Buď ho ujídal Ludwig nebo ho neujídal Augustus.

Ludwig: Augustus ujídal dort právě tehdy, když ho ujídal Bertrand.

Všechna zvířátka mluví pravdu. Dort mohlo ujídat jedno a více zvířátek. Jaké jsou všechny možné scénáře zmizení dortu, nevíme-li, kolik zvířátek ujíдалo?

Zvířátka používají jazyk, který má přesně definovaný význam následujícím způsobem. Když zvířátko řekne: *A platí právě tehdy, když platí B*. Takový výrok je pravdivý, když bude platit A a bude platit B, ale i v případě, kdy nebude platit A a nebude platit B. Když zvířátko řekne: *Platí A nebo platí B*. Výrok bude pravdivý v případě, že platí jenom A, v případě, že platí jen B, a také v případě, kdy platí A i B.

### Úloha 3A Motorkář

(8 bodů)

Opičák Oliver má novou motorku a tvrdí, že je to teď zaručeně nejrychlejší dopravní prostředek široko daleko. Aby to dokázal, navrhl závod slonici Silvii, která jezdí na kole. Jelikož Silvie ví, že Oliverova motorka uveze maximálně 30 l benzínu a každý kilometr jeden litr spotřebuje, schválně si vymínila trasu dlouhou 60 km. Ona sama tuto vzdálenost ujede za 5 h 15 min.

Na cestě nejsou žádné čerpací stanice, zato může Oliver kdekoliv na cestě uložit jakékoliv množství benzínu a později se pro ně vrátit. Na startu má připravenou dostatečnou zásobu benzínu, ale teď počítá kilometry a začíná mít strach. Jezdí sice průměrnou rychlostí 100 km/h (včetně přečerpávání benzínu), ale 60 km bude chtít hodně návratů na start. Jak má jet, aby mu benzín vyšel a do cíle dorazil včas?

### Úloha 4A Abstraktní

(9 bodů)

Elektra Emmy se na univerzitě snaží svým žákům předat schopnost zamýšlet se nad věcmi abstraktně, a tak si pro ně připravila následující úlohu.

Se znaky  $\triangle$ ,  $\square$ ,  $\circ$ ,  $\diamond$ ,  $\nabla$  a operacemi  $\cup$  a  $\cap$  se počítá podle následujících dvanácti pravidel:

$$\begin{array}{llll}
 x \cup y = y \cup x & (1) & & \circ \cup \nabla = \triangle & (9) \\
 x \cup (y \cup z) = (x \cup y) \cup z & (2) & \triangle \cap \nabla = \square & (6) & \circ \cup \circ = \square & (10) \\
 x \cap (y \cup z) = (x \cap y) \cup (x \cap z) & (3) & \triangle \cap \square = \nabla & (7) & \nabla \cup \square = \diamond & (11) \\
 (x \cup y) \cap z = (x \cap z) \cup (y \cap z) & (4) & \circ \cap x = x & (8) & \diamond \cup \diamond = \diamond & (12) \\
 x \cap y = y \cap x & (5) & & & & 
 \end{array}$$

Každé z písmen  $x, y, z$  v těchto pravidlech značí libovolný ze znaků  $\triangle, \square, \bigcirc, \diamond, \nabla$ . Symbol  $=$  (rovná se) a závorky mají obvyklý význam.

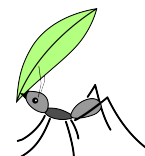
Urči, kterému z  $\triangle, \square, \bigcirc, \diamond, \nabla$  je roven výraz  $(\bigcirc \cup \triangle) \cap (\triangle \cup \bigcirc)$ .

Pomůžeš to nebohým žákům spočítat? Při počítání vždy uváděj, které pravidlo zrovna používáš, ať z toho nejsou příliš zmatení.

### Úloha 5A Mravenci

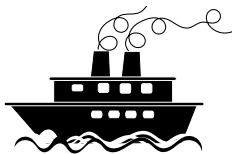
(5 bodů)

Lišák Láďa rád krmí a počítá mravence. Mravenci jedí housky a každý mravenec si k snědku odnese vždy jen jeden drobeček. Láďa bohužel musí na pár dní odjet a nechce, aby jeho mravenci trpěli hladem. Naštěstí si ale při počítání mravenečků všiml, že červených mravenců přijde pro potravu 20 za 5 minut, vzácný červenočerný přijde 1 každých 12 minut a černých mravenců se přijde za 1 minutu najíst 5. Pomůžeš Láďovi zjistit, kolik celých housek má mravencům připravit, jestliže jedna houska odpovídá 10 000 drobečkům a lišák bude pryč 3 dny (72 hodin)?



## Kategorie starší

### Úloha 1B Most

**(5 bodů)**

Klokán Kilián je na projížďce parníkem. Blíží se k mostu a přemýšlí, zda má zkusit se ho dotknout. Nerad by se totiž zbytečně ztrapnil, kdyby se ukázalo, že tam nedosáhne.

Část mostu nad hladinou řeky má tvar půlkružnice o poloměru 6 metrů. Horní paluba parníku je 2,5 metru nad hladinou a je široká 8 metrů. Kilián má packu dlouhou přesně 1 metr na jeho rameno se nachází přesně půl metru nad palubou (naklánět se je nebezpečné). Kilián ví, že parník dojede pod prostředek mostu (na obě strany od lodi to bude stejně daleko ke břehu) a že si může stoupnout kamkoliv na palubu.

Dokáže Kilián z nějakého místa na palubě dosáhnout na most a pokud ano, kam si má stoupnout?

### Úloha 2B Králíček

**(7 bodů)**

Králíčky Karlička žije ve velkém králíčím společenství, kde jsou pouze hnědí, černí a bílí králíci. Někteří mají ouška nahoru a někteří dolů. Karlička je velmi vybíravá a má přesnou představu, jak by měli její potomci vypadat. Proto zašla do knihovny a zjistila si nějaké informace: Každý projevový znak jedince (v našem případě barva nebo typ uší) závisí na genu, který má 2 části, jednu od maminky a druhou od tatínka. Tyto části se nazývají alely a jsou dvojího druhu:



- (1) dominantní - označujeme velkým písmenem
- (2) recesivní - označujeme malým písmenem

Jak se konkrétní znak projeví, záleží na vztahu mezi alelami, který je též dvojí:

- (1) úplná dominance – jestliže se v genu vyskytuje dominantní alela, recesivní alelu zcela potlačí. Např. u barvy květu: dominantní alela  $B$  = červená barva, recesivní  $b$  = bílá barva. Kombinace alel:  $BB$  či  $Bb$  → červená barva,  $bb$  → bílá barva.
- (2) neúplná dominance – žádná alela není plně dominantní a při přítomnosti dominantní a recesivní alely se projeví jejich kombinace. Např. u barvy jiného květu:  $A$  = červená barva,  $a$  = žlutá barva. Kombinace alel:  $AA$  → červená barva,  $aa$  → žlutá barva,  $Aa$  → oranžová barva.

O Karličce a jejím společenství víme:

- (i) Karlička je bílá a má uši nahoru.
- (ii) Mláďátka králíků, z nichž jeden má uši nahoru a obě jeho ušní alely jsou dominantní a druhý uši dolů, mají vždy uši nahoru.
- (iii) Bílý králík se dvěma stejnými alelami a černý králík také se dvěma stejnými alelami mají vždy hnědé králíčky.

Je možné, aby měla Karlička mláďátka s ušima dolů? Jaké všechny kombinace alel může Karliččin vysněný partner mít, aby měla její mláďátka hnědou barvu a uši nahoru?

### Úloha 3B Líná

**(8 bodů)**

Skupina zvířátek jede o prázdninách do království Fägäraş, které je velmi hornaté a tak se rozhodli, že budou trochu trénovat. Nechtějí se ale hnedka ze začátku přetáhnout, a tak vymysleli následující plán. První den ujdou tři sta metrů a každý další den půjdou trasu o tři sta metrů delší než dne předchozího. Rádi by věděli, jak dlouhou trasu budou mít po půl roce (tedy 180 dnech), ale nechce se jim počítat všech 179 mezivýsledků. Poradíš jim, jak na to? A dokážeš jim říct, jakou vzdálenost ujdou dohromady za celý půlrok?

*Pečlivě odůvodni, proč tvůj postup výpočtu vede ke správnému výsledku.*

### Úloha 4B Termitiště

**(9 bodů)**

Architekt Bořek právě dokončil stavbu nového termitiště. Aby se on ani jeho kamarádi v novém domově neudusili a neuvařili, je potřeba důkladně větrat. Jenže když byly dveře ve všech sto síních otevřeny po celou noc, mnozí si stěžovali na zimu.

Bořek proto rozdal sto nejspolehlivějším termitům čísla od jedné do sta a stejně tak očísloval i dveře všech síní. Pověření termiti tak mají dnes v noci po jednom potichu procházet termitištěm a zastavit se u všech dveří, jejichž číslo dokáží svým číslem vydělit beze zbytku. Jestliže se termit zastaví u zavřených dveří, otevře je. Když se zastaví u otevřených, naopak je zavře. Před průchodem prvního termita jsou všechny dveře zavřené.

Bořek však o svém plánu stále trochu pochybuje. Bojí se, že ráno bude příliš dveří otevřených. Poradíš mu, kolik přesně otevřených dveří bude, až poslední z pověřených termitů splní svůj úkol? (Termit s jedničkou otevře všechny dveře, termit s dvojkou každé druhé zavře, trojka zavře třetí dveře, šesté otevře, deváté zavře atd.)

### Úloha 5B Žeton

**(5 bodů)**

Želva Žaneta má žeton, který má na jedné straně vyražené číslo 1 a na druhé – 1. Začne se skóre 0 a pokaždé, když si žetonem hodí, přičte si ke skóre výsledek hodu. Celkem si hodila 41krát a zajímalo by ji, jestli se může dostat i k jinému skóre, než s jakým skončila. Pomůžeš jí spočítat, jaká všechna skóre mohla na konci mít?