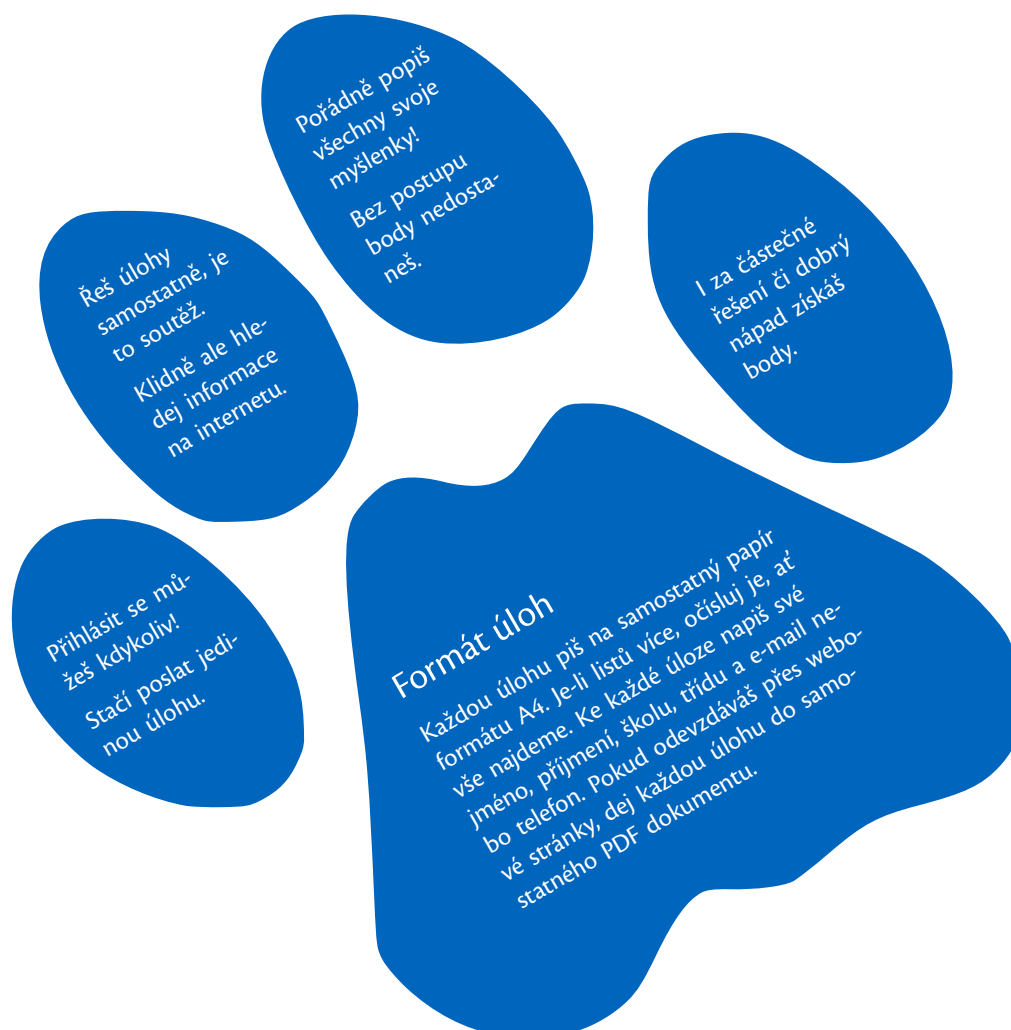


## Ahoj!

Vítej v Jámě Lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již jedenáctým rokem Českým vysokým učením technickým v Praze.

Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká pět základných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na <https://jama1vova.cz> a dále na Google+ či Facebooku.



Svá řešení nám pošli do **11. listopadu 2019** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor PR a marketingu – Jáma Lvová  
Rektorát ČVUT  
Jugoslávských partyzánů 3  
160 00 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

*Alenka, Čenda, Hanka, Honza, Káťa, Kobi, Lenka, Láďa, Matěj, Terežka, Vilda, Zuzka a Zuzka a další*



## Kategorie mladší

### Úloha 0A Byrokratická

**(2 body)**


Úředního šimla Honzíka i jeho kolegy velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstat v kanceláři přes noc. Rozhodli se tedy, že budou vyžadovat, aby měly všechny úlohy opravdu správný formát. Pomoz Honzíkovi tak, že Tvé úlohy budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, nadepsaná jménem, příjmením, třídou a názvem školy a číslem úlohy.)

Chceš-li si ulehčit práci s nadepisováním hlavičky a odesíláním obálek, můžeš svá řešení po přihlášení nahrát na stránky Jámy lvové [jama.lvova.cz](http://jama.lvova.cz). Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na fórum ([forum.jama.lvova.cz](http://forum.jama.lvova.cz)) nebo na e-mail ([jama.lvova@jama.lvova.cz](mailto:jama.lvova@jama.lvova.cz)).

### Úloha 1A Závodní jídelna

**(5 bodů)**

V závodní jídelně jsou na oběd knedlíky. Kuchař zajiček Milan je dává zvířátkům na talíř, a protože nemá rád polovičaté porce, každé zvířátko dostane přesně buď 8 velkých, nebo 10 malých knedlíků. Kolik zvířátek dostalo oběd, jestliže Milan za svou směnu rozdál 96 knedlíků, velkých knedlíků rozdál více než malých a víme, že rozdával oba druhy?



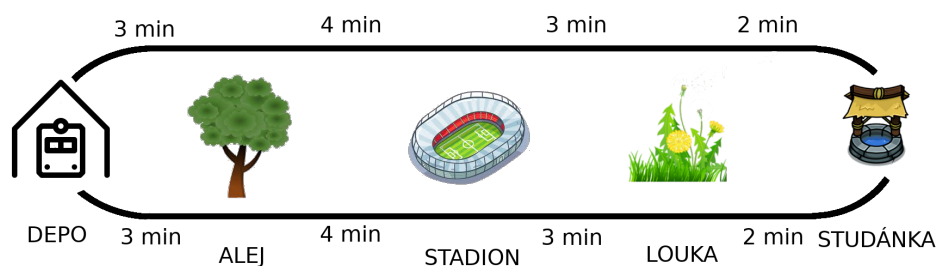
### Úloha 2A Linky metra

**(6 bodů)**

Zvířátka si postavila v lese nové metro. Má sice jen jednu linku, ale jezdí po ní hned čtyři soupravy. Většinou si je zvířátka chválí, ale občas se stane, že se ve stanici potkají dvě protijedoucí soupravy, a protože je nástupiště malé, tak vznikají nepříjemné tlačence, které mohou být navíc nebezpečné pro drobnější cestující.

Pomůžeš zvířátkům navrhnout časy odjezdů souprav z garáže (ta je v Depu) tak, aby se nestávalo, že se na jakékoli stanici potkají dva vláčky zároveň a zároveň jezdily co nejčastěji? Stanov po jakém čase od odjezdu předchozí soupravy má vyjet na trasu další. Tento interval musí být mezi každými dvěma soupravami stejný – zvířátka mají ráda pravidelnost. Délka intervalů musí být v celých minutách, protože zvířátka nebvají si kontrolovat hodinky příliš často, a tak nemají sekundovou ručičku. Zvířátka chtějí, aby souprava stála ve stanici přesně minutu, akorát v Depu může stát jako dlouho chce, ovšem jen do té doby, než do Depa přijede další souprava, neboť do stanice se vejde jen jedna souprava a v průběhu dne soupravy nezajíždějí do garáže, kam se jich vejde více.

Trasa metra začíná ve stanici Depo, odkud souprava jede tři minuty do stanice Alej. Po minutě ve stanici následuje čtyřminutová cesta na Stadion, tříminutová cesta na Louku a nakonec dvě minuty ke Studánce, kde se vláček otočí a jede (po tom, co stojí jednu minutu ve stanici) zpět (viz obrázek 1). Cesta mezi libovolnými dvěma stanicemi trvá stejně dlouho směrem tam i zpět. Souprava se nakonec zastaví v Depu a čeká, až uplyne určená doba od odjezdu předchozí soupravy, aby mohla znovu vyjet na trasu.



Obrázek 1: Plánek metra

Na začátku dne jsou všechny čtyři soupravy v depu ve stanici Depo a vyjždí v určeném intervalu. Po uplynutí určeného intervalu (třeba 2 minuty) musí z Depa vždy vyrazit další souprava (metro se ráno rozjede a zastaví se až večer).

### Úloha 3A Zákusky

**(7 bodů)**

Fenek František pozval na svou narozeninovou oslavu šest kamarádů: dogu Drahomíru, octomilku Otýlii, ibisa Ivana, račici Renatu, emu Erika a kozla Kristiána. Rád by jim kromě chlebiček a jahodového milkshaku nabídl také nějaký zákusek, ale běda, v cukrárně na rohu měli od každého druhu zákusku už jenom jeden kousek. František tedy koupil jeden věneček, jednu laskonku, jednu roládu, jednu trubičku, jednoho indiána a jednu marokánku, a teď si láme hlavu, jak mezi kamarády zákusky rozdělit. Bojí se, že kdyby je nechal, ať si zákusky

rozeberou, o ty nejžádanější by se strhla rvačka - a to by mu celou oslavu zkazilo! František ale naštěstí své kamarády dobře zná, a tak ví, jak by každý z jeho kamarádů seřadil dané zákusky od nejoblíbenějšího po nejméně oblíbený:

**Doga Drahomíra:** věneček, marokánka, trubička, roláda, laskonka

**Octomilka Otýlie:** marokánka, laskonka, indián, věneček, trubička, roláda

**Ibis Ivan:** věneček, trubička, laskonka, roláda, indián, marokánka

**Račice Renata:** marokánka, věneček, roláda, trubička, laskonka, indián

**Emu Erik:** roláda, laskonka, marokánka, věneček, indián, trubička

**Kozel Kristián:** marokánka, věneček, trubička, roláda, indián, laskonka

František by zákusky mezi kamarády rád rozdělil takovým způsobem, aby platilo: Pro všechny zákusky, které má zvířátko Z raději než ten, který nakonec dostalo, musí platit, že tento zákusek nakonec dostalo zvířátko, které jej má alespoň tak rádo jako zvířátko Z. Například pokud Drahomíra dostala trubičku, pak věneček muselo dostat nějaké zvířátko, které jej také má ze všech zákusků nejraději (což je kromě Drahomíry už jenom Ivan), a marokánku muselo dostat zvířátko, které ji má buď na prvním, nebo na druhém místě (tedy Otýlie, Renata, nebo Kristián).

Jak má František zákusky rozdělit, aby se nikdo z jeho kamarádů necítil ukřivděně a oslava se vydařila? Nezapomeň odůvodnit svůj postup!

#### Úloha 4A Račice obkládá

(9 bodů)



Po úspěšném obložení koupelny minulý rok se račice Káťa vrhla na obkládání špajzky. Ta je menší než koupelna, podlaha má rozměry  $2 \cdot 4$  dlaždice a stěny jsou vysoké 4 dlaždice. Dveře jsou v kratší stěně a mají šířku i výšku 2 dlaždice.

Kátě se v obchodě zalíbily tři různé barvy dlaždic, které by ráda použila a zajímalo by ji, kolika různými způsoby by je mohla uspořádat, když je jí jedno, kolik kterých dlaždic použije (nemusí použít žádnou dlaždici dané barvy). Kátě by ještě zajímalo, kolik různých možností uspořádání by mohla vytvořit, kdyby každá dlaždice měla jinou barvu.

Pomůžeš Kátě vypočítat kolik různých uspořádání může sestavit v prvním a druhém případě? Káťa ví, že řešením je opravdu velké číslo a tak jí stačí, když jí odůvodníš proč tvůj postup vede ke správnému výsledku a výsledné číslo nemusíš počítat.

#### Úloha 5A Šum

(5 bodů)

Antilopa Anička posílá telegramy buvolu Bedřichovi. Každý telegram se skládá ze „slov“ složených ze znaků 0, 1 zapsaných bez mezer za sebou. Anička používá 4 platná slova 00110, 01000, 10011, 11101 (význam každého z nich zná jen ona a Bedřich) – příkladem telegramu, jak dorazí k Bedřichovi, tedy může být 00110010001001111101 (v tomto případě se skládá ze slov 00110, 01000, 10011, 11101).

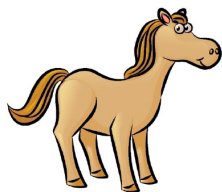
Občas se ale stane, že telegrafní signál cestou potká nějak zbloudilou vlnu, která jej nějak pozmění (nic jiného se telegramu přihodit nemůže). Pomoz Bedřichovi zjistit, jak vypadal původní telegram, který Anička zaslala, pokud obdržel

10110100101010100111110110000001010100111111011101100011101

a ví, že v každém slově byl pozměněn nanejvýš jeden znak.

## Kategorie starší

### Úloha 0B Byrokratická

**(2 body)**


Úředního šimla Honzíka i jeho kolegy velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstat v kanceláři přes noc. Rozhodli se tedy, že budou vyžadovat, aby měly všechny úlohy opravdu správný formát. Pomoz Honzíkovi tak, že Tvé úlohy budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, nadepsaná jménem, příjmením, třídou a názvem školy a číslem úlohy.)

Chceš-li si ulehčit práci s nadepisováním hlavičky a odesíláním obálek, můžeš svá řešení po přihlášení nahrát na stránky Jámy Lvové [jama.lvova.cz](http://jama.lvova.cz). Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na fórum ([forum.jama.lvova.cz](http://forum.jama.lvova.cz)) nebo na e-mail ([jama.lvova@jama.lvova.cz](mailto:jama.lvova@jama.lvova.cz)).

### Úloha 1B Medojed běhá kolečka

**(5 bodů)**

Medojed Vašík je velký mlsal a ze všeho nejraději mlsá (jak jinak) med. Zrovna dneska ho snědl celou sklenici, a teď z toho má chudák černé svědomí. Takový med, to je kalorická bomba, určitě přibere a nebude se líbit žádné medojedici, kdepak, to nejde, musí to vyběhat. Vašíkův běžecký okruh měří 300 metrů a Vašík běhá rychlostí 25,2 km/h. Uběhnutím jednoho kolečka Vašík spálí 290 kJ a jeho tělo navíc za každou minutu spálí 6,3 kJ, ať už Vašík dělá cokoliv. Kolik koleček musí Vašík uběhnout, než spálí všech 14 000 kJ, které z medu přijal?



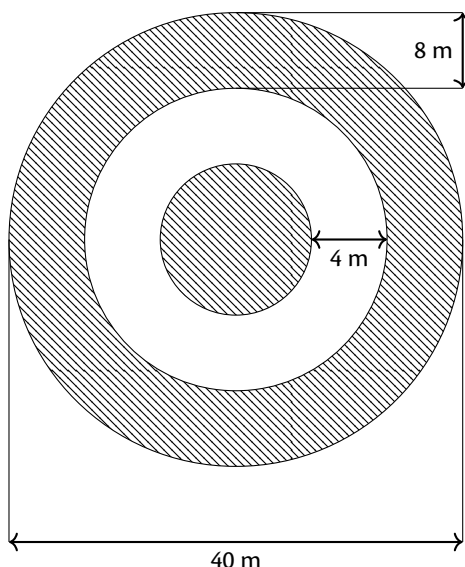
### Úloha 2B Královská zahrada

**(6 bodů)**

Král Lev by si rád nechal vysázet novou zahradu a potřeboval by zjistit, kolik ho to bude stát. Zahrada má mít tvar kruhu o průměru  $d = 40$  m. Král Lev ví, že pokud by byla vysázená jen růžemi, tak ho to vyjde na 20 000 Jámacoinů. Kdyby ji ale nechal vysázet krokusy, cena by byla třikrát vyšší.

Král se nakonec rozhodl pro kompromis a nechá udělat na zahradě kruhový pás široký 4 m, který osází krokusy a zbytek zahrady budou růže. Pás by měl začínat 8 m od okraje zahrady. Kolik Jámacoinů ho bude stát vysazení takovéto zahrady?

*Při řešení se ti možná bude hodit vzoreček na výpočet obsahu kruhu:  $S = \pi \cdot r^2$*



Obrázek 2: Plán zahrady

### Úloha 3B Dekorace

**(7 bodů)**

Rybka Klaudie připravuje velkou oslavu a chce rozvěsit po celém moři ozdobné řetězy. Protože je však velmi vybíravá, nechce používat jen tak ledajaké dekorace. Každý řetěz se skládá z ozdob dvou barev – akvamarínové a lososové.

Rybka Klaudie vyžaduje, aby na každém řetěze alespoň v jednom místě bylo pořadí barev A,L,L a někde dále v řetězu musí po tomto vzoru následovat ještě alespoň jedna akvamarínová ozdoba, aby byla řetěz ochotná použít (akvamarínová ozdoba nemusí následovat bezprostředně po tomto vzoru a Klaudii je jedno, jak bude vypadat zbytek řetězu). Sama by ale řetězy kontrolovala příliš dlouho, a tak

se rozhodla poprosit o pomoc kamarády. Budou se postupně dívat na každou ozdobu na jednom řetězu, a jakmile řetěz splní Klaudiiny podmínky, dají ho do krabice a vezmou si další. Pokud dojdou na konec řetězu, aniž by řetěz splňoval Klaudiiny podmínky, tak jej dají do bedny na špatné řetězy. Rybky ale nemají dobrou paměť, proto si každý pomocník zvládne zapamatovat jen co má dělat v případě jedné a druhé barvy (například vědí, že pokud narazí na lososovou, tak mají kontrolovat dál a pokud narazí na akvamarínovou, tak mají řetěz uložit do krabice).

Například kdyby Klaudie hledala řetězy, které mají alespoň jednu lososovou ozdobu a za ní alespoň jednu akvamarínovou, stačili by jí dva pomocníci (říkejme jim třeba Xaver a Yvetka) s těmito instrukcemi:

Xaver: vezmi řetěz z krabice a kontroluj ozdoby dokud nenarazíš na lososovou, pak předej Yvetce.

Yvetka: začni kontrolovat tam, kde Xaver přestal (žádná ozdoba tedy nebude kontrolována dvakrát), a jakmile narazíš na akvamarínovou, dej řetěz do krabice.

Pro názornost lze tyto instrukce shrnout jednoduchým nákresem (viz obrázek 3).



Obrázek 3: Instrukce pro Xavera a Yvetku

Šipky ukazují, kdo bude kontrolovat další ozdobu v případě, že současná ozdoba má tu či onu barvu a každý průchod kolečkem rybky znamená jednu zkontrolovanou ozdobu. Xaver tedy vezme řetěz z krabice (šipka z krabice ke Xaverovi) a zkontroluje první ozdobu. Pokud je lososová, předá řetěz Yvetce (šipka od Xavera k Yvetce). Je-li však ozdoba akvamarínová, posune se Xaver k další ozdobě (šipka od Xavera zpátky ke Xaverovi), zkontroluje ji a zachová se opět podle její barvy. Obdobně jsou znázorněny Yvetčiny instrukce.

Dokážeš tedy vymyslet instrukce pro Klaudiiny pomocníky a znázornit je nákresem?

### Úloha 4B Cínová armáda

(9 bodů)

Cvrček Cézár vlastní hromadu cínových vojáků. Nepamatuje se přesně, kolik jich má, ale ví, že je to alespoň 2000 a ne více než 2500. Zkusil je postupně seřadit do zástupů po dvou, po třech, po čtyřech, po pěti, po šesti a po sedmi, ale pokaždé mu přesně jeden voják přebýval. Po kolika vojákách nejméně musí Cézár zástupy vytvořit, aby mu žádný voják nezbyl? „Zástupy“ po jednom vojákku nejsou povoleny.

### Úloha 5B Utíkající hodiny

(5 bodů)



I zastavené hodiny ukazují dvakrát denně správný čas. Zvířátka ale mají hodiny, které jsou dvakrát tak dobré – ty jejich totiž ukazují správný čas denně čtyřikrát. Jak je to možné? Kolikrát musí být ručičky těchto hodin rychlejší oproti normálním lidským hodinám, které ukazují čas vždycky správně (tj. běží normální rychlostí)?