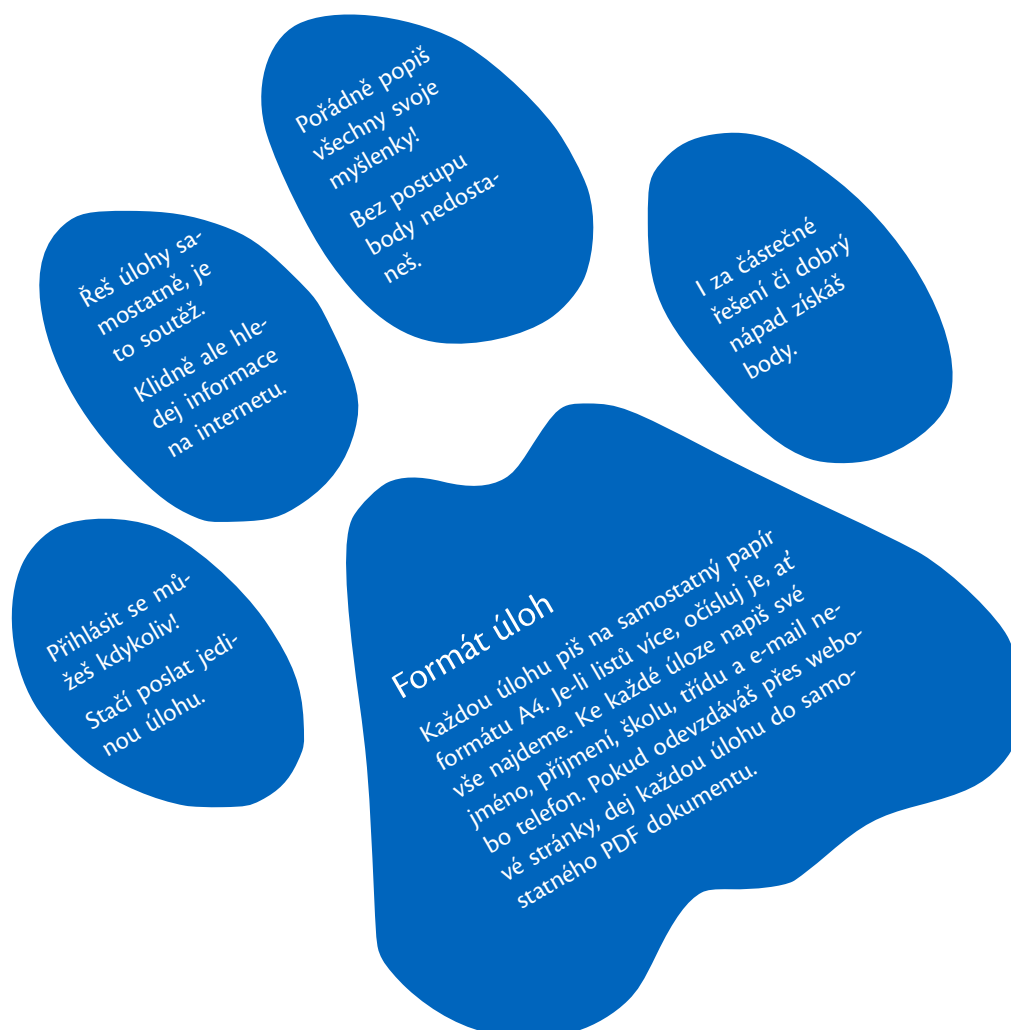


Ahoj!

Vítej v Jámě Lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již desátým rokem Českým vysokým učení technickým v Praze.

Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká pět záložných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na <https://jama.lvova.cz> a dále na Google+ či Facebooku.



Svá řešení nám pošli do **1. dubna 2019** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor PR a marketingu – Jáma Lvová
Rektorát ČVUT
Jugoslávských partyzánů 3
160 00 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Alenka, Čenda, Hanka, Honza, Káťa, Kobi, Kuba, Lenka, Láďa, Matěj, Maťa, Terka a Terka, Vilda, Zuzka a Zuzka a další

Kategorie mladší

Úloha 1A Kudy kam

(5 bodů)

Gepard Tomáš má doručit důležitou zprávu do sprátené vesnice. Po několika hodinách cesty se dostal na rozcestí, a zjistil, že neví, kudy dál. Má na výběr ze čtyř cest, mezi každé sousední dvě z nichž místní zvířátka zasadila jednu rostlinu. Naštěstí dorazili k rozcestí i špačci Vojta a Zdeněk, takže se Tomáš může na cestu zeptat.

V: Do vesnice se dostaneš cestou kolem angreštu.

Z: Jestli je to do vesnice kolem angreštu, tak je to do sadu kolem růží.

V: Taky že je. Stejně je divné, že zasadili maliny a angrešt takhle naproti přes cestu, já bych dal doprostřed růže.

Z: To víš že nedal, vždyť by sis nemohl trhat maliny cestou k rybníku jako to teď děláš každé léto.

V: Jenže já bych nevyměnil jen růže a maliny, já bych přesázal všechny rostliny, takže bych si je tou cestou trhal dál.

Z: Nevím, jestli by angrešt nevadil sadařům.

V: Prosím tě proč? A nejlepší by bylo, kdyby byla vesnice vedle řeky.

Z: Brzdí. Řeku ani vesnici nepřekopeš. Ten gepard se nás na něco ptal.

V: Asi na cestu k řece. To by bylo hned první cestou zleva. Nebo máš jinou otázku?

Musí se Tomáš zeptat znovu (a riskovat, že mu dojde trpělivost), nebo se už může na některou z cest vydat?

Úloha 2A Rozměňovací

(7 bodů)

V Království zvířat se používají mince v hodnotách jednoho, dvou, pěti, deseti, dvaceti a padesáti krejcarů. V centrální bance nedávno zavedli novou směrnici. Když si nějaké zvířátko přijde rozměnit mince, dostane za každou tutéž částku, jenom poskládanou z mincí menších hodnot, a to podle následujícího schématu:

50 → 20, 10, 10, 5, 5

20 → 10, 5, 5

10 → 5, 2, 2, 1

5 → 2, 1, 1, 1

2 → 1, 1

Jak má varanka Vilhelmína postupovat, pokud potřebuje ze tří padesátkrejcarů získat přesně třináct krejcarů, jedenáct dvoukrejcarů a devět pětikrejcarů? (Na počtu desetikrejcarů a dvacetikrejcarů, které bude na konci mít, jí nezáleží.)

Úloha 3A Květináče

(8 bodů)

Plošnice Jana si koupila tři květináče různých barev. Postavila je vedle sebe na parapet, a protože má ráda změny, tak se rozhodla, že bude každý den prohazovat jejich pořadí tak, aby byly květináče pokaždé poskládané jinak. Vypsala na papír všechna možná rozložení květináčů a zjistila, že aby se neopakovala, vystačí jí to ani ne na týden! Proto pospíchala do obchodu a přikoupila další dva květináče různých barev. Teď už bude možností opravdu hodně a Janě se opravdu nechce vypisovat je všechny na papír. Poradíš jí nějaký způsob, jak zjistit, kolik dní může květináče přeskládat, aniž by se rozložení opakovala?



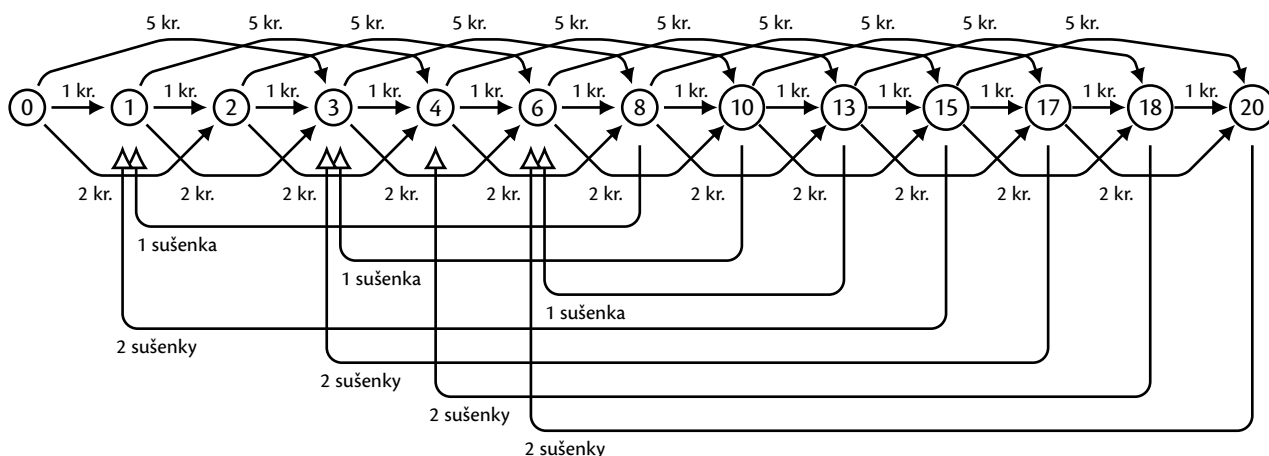
Úloha 4A Sušenky

(10 bodů)

Zvířátka dostala od hodných lidí do lesa automat na sušenky, který přijímá mince v hodnotách jednoho, dvou a pěti krejcarů. Po čase si zvířátka všimla, že i když sušenka stojí sedm krejcarů, tak jim občas po nákupu sušenek zbylo více peněz, než by mělo. V balení kromě samotného automatu našla i schéma jak automat funguje – viz obrázek 1.

Automat se vždy nachází v jednom z několika stavů označených celými čísly, které odpovídají tomu, kolik krejcarů mu již bylo zapláceno. Když zvířátko vhodí jeden krejcar, posune se stav automatu o jeden doprava (to nemusí být vždy stav s číslem vyšším o jedna, viz obrázek 1). Vhozením dvoukrejcaru se posune hned o dva stavy a vhozením pětikrejcaru dokonce o tři stavy. Pokud zvířátko stiskne velké červené tlačítko, automat vydá tolik sušenek, kolik již bylo zapláceno – tedy např. pokud se právě nacházel ve stavu 7, vydá jednu sušenku, pokud ve stavu 10, pak také jednu sušenku, ve stavu 15 dvě sušenky, ve stavu 25 tři sušenky atp. Přitom ale zaznamená, že příslušná částka již byla spotřebována na koupi sušenek – sníží tedy číslo svého stavu o celkovou cenu vydaných sušenek, tedy o 7, pokud vydal jednu sušenku, o 14, pokud vydal dvě sušenky atp.

Zvířátka mezi sebou vybrala celkem dva krejcar, dva dvojkrejcary a dva pětikrejcary. Porad' jim, kolik nejvíce sušenek si v automatu za daný obnos mohou koupit a jak to udělat.



Obrázek 1: Schéma automatu; šipky odpovídají buďto vložení krejcarů, nebo vydání sušenek.

Úloha 5A Útěk před bouřkou

(6 bodů)



Zvířátka se chystala na výlet, když se najednou spustila silná bouřka. Želva Žofka si vzpomněla, že se kdysi na kurzu první pomoci učila, že pokud je rozdíl mezi hromem a bleskem menší než 30 sekund, nemělo by se vůbec vycházet ven. Několik zvířátek se zeptalo, jak daleko se v tu chvíli bouřka nachází. Žofka se zamyslela, ale musela přiznat, že neví. Zachránil ji ale medvěd Móric, který se rozhodl, že to spočítá.

Móric je zkušený fyzik, takže ví, že světlo a zvuk se pohybují vzduchem jinými rychlostmi. Vzniknou na jednom místě a šíří se jako vlna do všech stran, světlo je ale mnohem rychlejší, a proto když hrom dorazí k našim uším, zdá se, že vznikl až dlouho po blesku.

Světlo se pohybuje rychlostí asi 300 000 km/s, takže za jednu sekundu urazí dráhu delší než celý obvod Země (asi 40 000 km), pročez ani nemáme šanci sami postřehnout, kdy světlo vyrazilo. Řekněme tedy, že k nám světlo dorazí přesně v okamžiku, kdy blesk vznikne. Se zvukem je to trochu složitější, ale Móric dal na radu zaječice Zlatky, aby za rychlost zvuku bral 350 m/s. Když to celé spočítal, nevěřícně se poškrábal na hlavě. Překvapilo ho, jak jsou bouřky nebezpečné. Co myslíš, jaké číslo mu vyšlo?

Kategorie starší

Úloha 1B Koláče

(5 bodů)

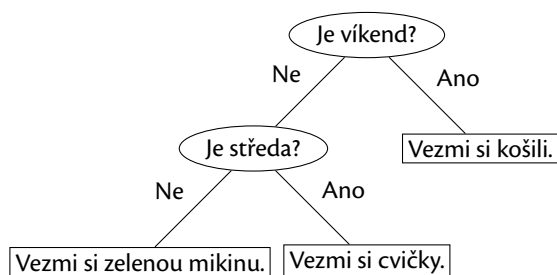
Vydra Valentýnka má čtyři koláče: jeden povidlový rozkrájený na třetiny, jeden tvarohový rozkrájený na čtvrtiny, jeden makový rozkrájený na pětiny a jeden jablečný rozkrájený na šestiny. Kolik kousků od jednotlivých druhů koláče si má dát k večeři, chce-li sníst přesně 2,65 koláče?

Úloha 2B Těžká rozhodnutí

(7 bodů)

Loskuták Láďa se nemůže rozhodnout, na jakou školu půjde po maturitě. V zásobě má pár dobrých možností, nakonec se ale rozhodl vybrat si školu, kam chodí jeho kamarádi. Půjde buďto na Fakultu epické lyriky (FEL), nebo na Fakultu inteligentního tance (FIT). Aby to ale neměl tak jednoduché, jeho deset nejlepších kamarádů se rozdělilo mezi obě školy přesně na půl a každý přísahá na hrníček plný kakaa, že ta jeho škola je ta nejlepší.

Láďa dlouho přemýšlel a dlouho dumal, až se jeho pohled zastavil na dveřích šatníku. Má tam rozhodovací strom, podle něhož si vybírá, co si má každý den obléci. Rozhodl se proto, že si takový rozhodovací strom sestaví i pro rozhodnutí, na kterou školu má jít. Vzal si nejprve veliký papír, na který si napsal vše, co o svých kamarádech ví. Potom většinu přeškrtnal a ponechal jen ty informace, které říkají, co jeho kamarády baví, v čem jsou dobří, zda si ve škole našli nové kamarády a na kterou školu chodí (viz tabulka 1). A tam skončil, protože si uvědomil, že zapomněl, jak se takový rozhodovací strom staví.



Obrázek 2: Příklad rozhodovacího stromu

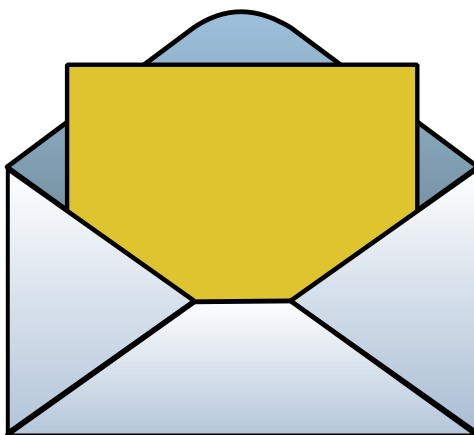
Kdysi mu to vysvětlovala Želva Žofka. Na začátku máme velký balík všech možností, z něhož nám strom postupně roste. Na každé větvi postavíme otázku se dvěma možnými odpověďmi. Jednou z nich by mohlo být, jestli má Láďa rád fyziku. Pro příklad, jak může takový strom vypadat, viz obrázek 2. Jakmile strom naroste přes všechny možné otázky, bude na konečné větvi odpověď na otázku, na kterou školu má Láďa jít. Aby byl takovýto strom užitečný, měl by si jej každý z Láďových kamarádů projít tak, aby na konci poslední větve našel svoji školu. Pomůžeš Láďovi takový strom postavit? Udělej to tak, aby jakékoliv zvířátko mělo jistotu, že mu k získání odpovědi postačí zodpovědět nanejvýš čtyři otázky.

Jméno kamaráda	Našel/našla si nové kamarády	Je hodně chytrý/á	Baví ho/ji matematika	Umí programovat	Baví ho/ji fyzika	Chodí na školu
Želva Žofka	ne	ano	ano	ne	ne	FEL
Velbloud Vilda	ne	ano	ano	ano	ne	FEL
Zebra Zuzka	ne	ano	ano	ne	ano	FEL
Klokan Kobi	ano	ne	ne	ano	ne	FEL
Kačenka Lída	ano	ano	ano	ne	ne	FEL
Dračice Daniela	ano	ne	ne	ne	ne	FIT
Medvěd Móric	ano	ne	ano	ano	ano	FIT
Emu Emil	ano	ano	ne	ano	ano	FIT
Sova Sára	ne	ne	ne	ano	ano	FIT
Ara Aleš	ne	ne	ne	ano	ne	FIT

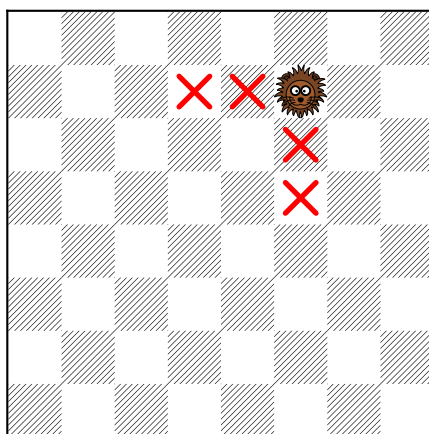
Tabulka 1: Tabulka s informacemi o kamarádech

Úloha 3B Obálkovací
(8 bodů)

Zvířátka potřebují rozeslat zadání. Už se dohodla na termínu, kdy se sejdou a zadání připraví k rozeslání. Mají 800 obálek formátu A5 a 800 zadání formátu A4, takže předtím, než vloží zadání do obálky, ho musí přehnout napůl. Žirafa Zuzka stihne přeložit zadání za 15 sekund a vložit zadání do obálky jí trvá 45 sekund, ale na poslední chvíli zjistila, že může dorazit až hodinu po domluveném začátku. Agamě Alence trvá přeložení zadání 20 sekund a vložení zadání do obálky 40 sekund. Vlček Václav zvládne přeložit jedno zadání za 25 sekund a vložit zadání do obálky za 35 sekund, ale 3 hodiny po domluveném začátku musí odejít. Jak si mají zvířátka rozdělit práci, aby stihla připravit zadání k rozeslání co nejdříve?


Úloha 4B Lví tanec
(10 bodů)

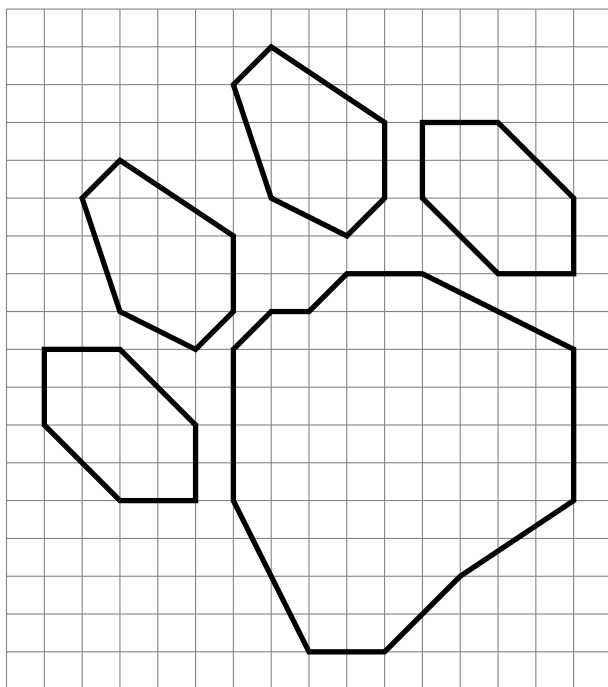
V Království zvířat je v módě nová hra pro dva hráče jménem *Lví tanec*. Vyžaduje pouze jednu obyčejnou šachovnici 8×8 a jednu speciální figurku, které se říká *lev*. Lev se může v jednom tahu pohnout o jedno nebo dvě políčka směrem doleva nebo dolů (musí ale samozřejmě zůstat na šachovnici) – viz obrázek 3. Na začátku hry je lev umístěn na nějaké políčko šachovnice, načež s ním dva hráči střídavě provádí tahy – ten, který už nemá platný tah, prohrává. Antilopa Anička a buvol Bedřich si *Lví tanec* obzvláště oblíbili a platí mezi ostatními zvířátky za přeborníky. Zjistili, že pokud hrají vícekrát po sobě se stejným startovním políčkem, pak buďto vždy zvítězí ten z nich, který táhl jako první, nebo vždy ten, který táhl jako druhý. Přirozeně by tedy chtěli vědět, jak podle startovního políčka určit, kdo zvítězí. Urči pro všech 64 polí šachovnice, zdali vítězí Anička, nebo Bedřich, pokud je lev na začátku hry umístěn na dané políčko a Anička táhne jako první. Anička i Bedřich hrají, jak nejlépe jen mohou.



Obrázek 3: Možné pohyby lva

Úloha 5B Obsáhlá
(6 bodů)

Vrchní kreslíř Království zvířat kolibřík Marcel dostal za úkol nakreslit co nejhezčí lví packu. Zvířátka jdou s dobou, a tak chtějí, aby nová packa byla krásně hranatá. Marcel si na čtverečkový papír si připravil předběžný návrh, v němž jsou všechny obrysy tvořeny lomenými čarami majícími všechny vrcholy v mřížových bodech (viz obrázek 4). Nyní by chtěl zjistit, kolik barvy spotřebuje na její vybarvení. Pomůžes mu spočítat obsah packy z obrázku 4, když víš, že strana jednoho čtverečku je dlouhá 3 cm?



Obrázek 4: Nákres lví packy