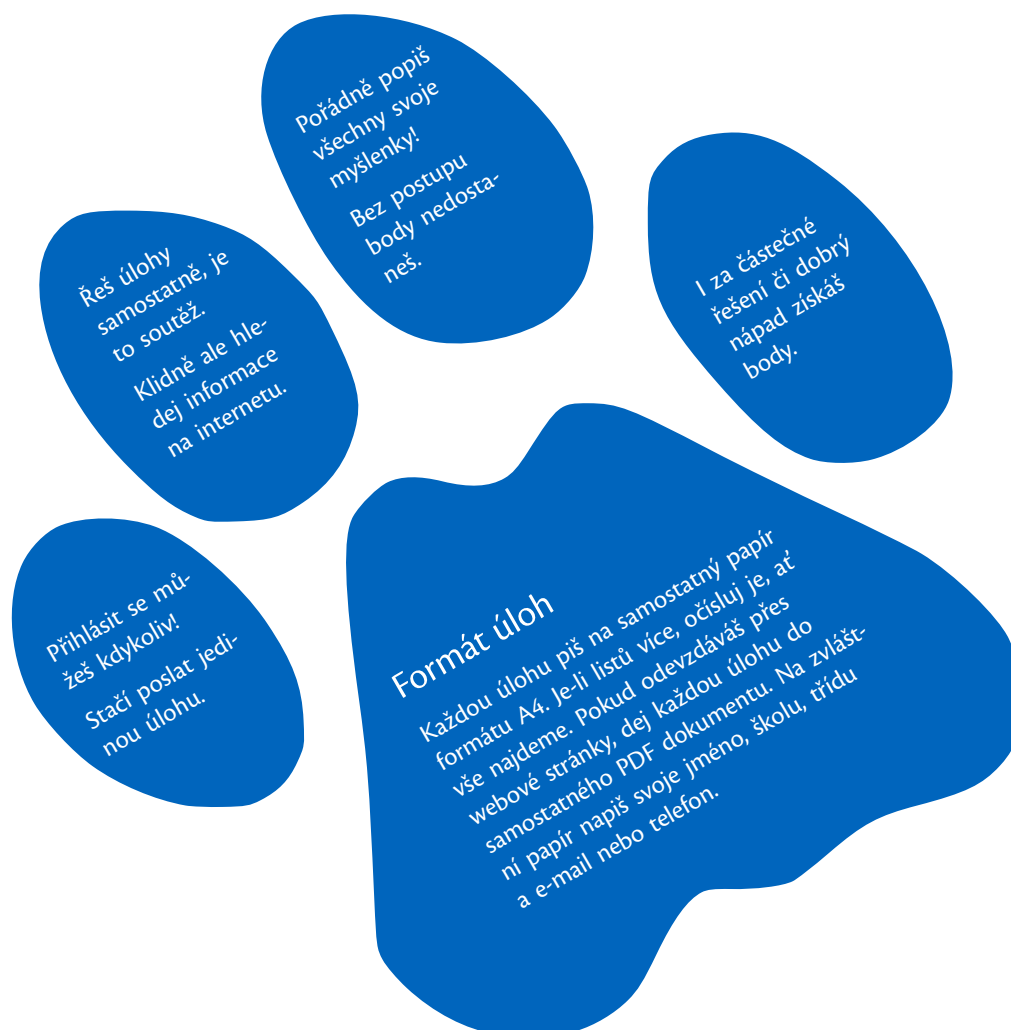


Ahoj!

Vítej v Jámě Lvové! Jsme korespondenční soutěž na pomezí matematiky a informatiky pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků gymnázií pořádaná již devátým rokem Českým vysokým učením technickým v Praze.

Soutěž je rozdělena na dvě kategorie, Mladší (6. a 7. třída) a Starší (8. a 9. třída). Skládá se ze tří kol, v každém na Tebe čeká pět záložných úloh. Na léto je pro soutěžící přichystán jedinečný letní tábor. Kapacita je 24 účastníků a přednost dostanou ti s lepším umístěním. Než se vrhneš do řešení, mrkni na pravidla.

Více informací o nás najdeš na <https://jama1vova.cz> a dále na Google+ či Facebooku.



Svá řešení nám pošli do **6. dubna** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor PR a marketingu – Jáma Lvová
Rektorát ČVUT
Žitná 4
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Alenka, Běňa, Čenda, Hanka, Honza a Honza, Klárka, Kobi, Kuba, Lenka, Láďa, Matěj, Maťa, Terka, Terka a Terka, Zuzka a Zuzka

Kategorie mladší

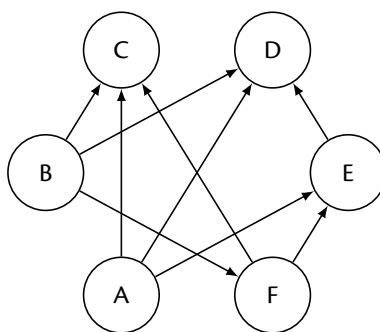
Úloha 1A Sázky bobrů

(5 bodů)

Kachničky uspořádaly velký turnaj ve vodním pólu, kterého se účastní celkem 6 týmů, označených písmeny A až F. Bobři zjistili, že kachničky si výsledky turnaje zapisují do zvláštního schématu (viz obrázek 1). Šipka vedoucí z týmu X do týmu Y znamená, že tým X vyhrál zápas nad týmem Y. Remízy ani neodehrané zápasy ve schématu nijak zapsané nejsou a během turnaje bude každý tým hrát s každým týmem právě jednou.



Bobři se při stavbě nového hradu dohadují, jaké jsou aktuální výsledky turnaje. Bobr Alois se vsadil, že ze všech naplánovaných zápasů je nyní nejvíc těch, které skončily remízou. Bobr Boleslav tvrdí, že největší je počet zápasů, které skončily jednoznačně (tzn. výhrou některého z týmů). Bobřice Cecilie si myslí, že nejvíce je dosud neodehraných her. A bobřice Denisa flegmaticky prohlásila, že je to jedno, protože všechna tato čísla jsou stejně veliká. Pomůžete jim zjistit, kdo z nich vyhraje milkshake?



Obrázek 1: Výsledky turnaje

Úloha 2A Přesazování

(6 bodů)

Antilopa Anička by chtěla mít také tak pěknou zahradu jako ostatní, ale nemá bohužel čas shánět a sázet rostlinky. Pozvala si proto kozla Karla, aby jí její tři oblíbené rostlinky, aronii, brslen a cesmínu, zasadil na předem určená místa. Když ale přišla zkontrolovat Karlovu práci, zjistila, že to všechno popletl – ani jedna rostlinka není na správném místě. Hned Karlovi zavolala a ten slíbil, že rostlinky přesadí. Tak se také stalo, ale když Anička podruhé zkontrolovala zahradu, zjistila, že Karel pouze dvě rostlinky prohodil, a stále tedy není vše v pořádku. Je teď ale aspoň jedna rostlinka na místě, kde ji Anička chtěla mít? Nebo dokonce dvě? Své tvrzení zdůvodni – to je to nejdůležitější!

Úloha 3A Čmelák a nektar

(7 bodů)

Čmelák Čestmír sbírá nektar na květech. Je to zkušený sběratel a za jednu minutu je schopen navštívit 20 květů. Čestmír má dvě možnosti, kde nektar sbírat: První možností je višňový sad hned u jeho hnízda; z každého višňového květu Čestmír získá nektar obsahující 0,15 mg cukru. Druhou možností je louka ve vzdálenosti 3 km od hnízda. Květy, které na ní rostou, produkují nektaru více, cesta z hnízda na louku (stejně jako následně cesta z louky do hnízda) ale Čestmírovi trvá 12 minut a za jednu minutu letu navíc spotřebuje energii odpovídající jedné osmině mg cukru (toto množství cukru musí Čestmír po návratu do hnízda sníst, a nemůže si je tak počítat k „výdělku“ z výpravy). Kolik cukru musí průměrně obsahovat jeden květ na louce, aby Čestmír získal víc cukru, pokud poletí na louku, bude tam 10 minut sbírat nektar a pak poletí zpátky, než kdyby celou dobu sbíral ve višňovém sadu?



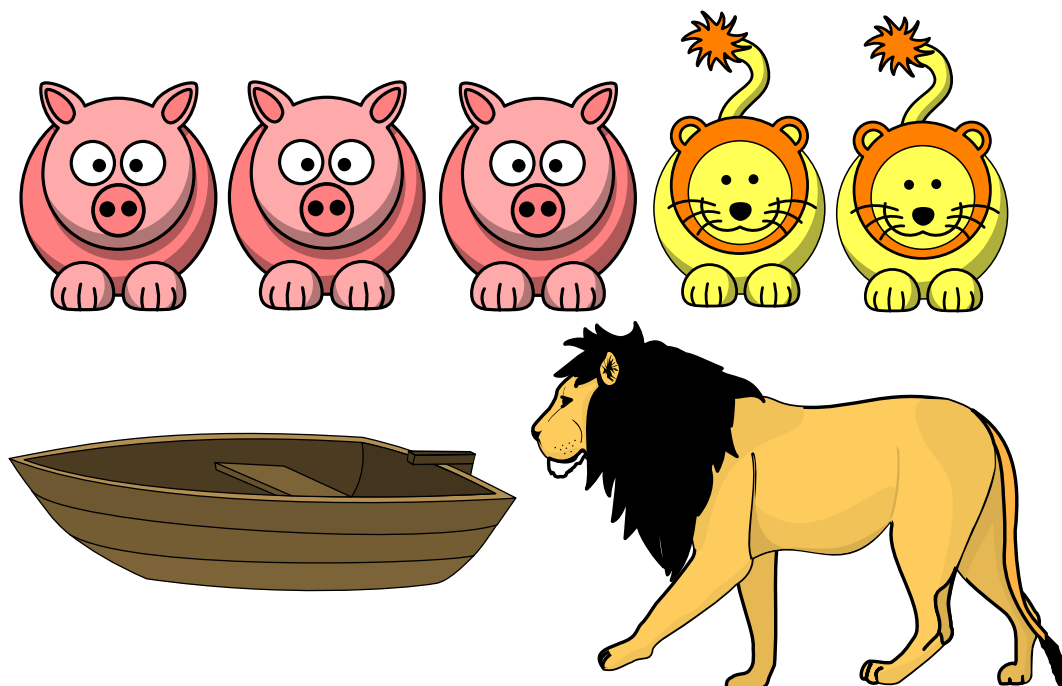
Energii nutnou na přelétávání mezi jednotlivými květy během sběru, stejně jako energii a čas nutné k přesunu z hnízda do višňového sadu, zanedbej.

Úloha 4A Čuníci a lvi

(9 bodů)

V řadě za sebou, tři čuníci jdou... a došli až k řece. Na břehu se potkali se lví rodinkou – lvičí a jejími dvěma lvíčaty. Přes řeku se dá přepravit pomocí loďky, ta je ale bohužel malá a vejdou se do ní vždy maximálně dvě zvířátka najednou. Lvíčata navíc loďku neumí řídit, a tak v ní vždy musí být alespoň jeden čuník anebo lvice. Čuníci lvům z pochopitelných důvodů nedůvěřují, a nechtějí, aby došlo k situaci, že na některém z břehů budou v nějakou chvíli lvi v přesile (mezi lvy se počítá jak dospělá lvice, tak lvíčata). Poradíš čuníkům způsob, jakým naplánovat dopravu přes řeku tak, aby na konci byla všechna zvířátka na druhém břehu a zároveň se čuníci po celou dobu cítili bezpečně?

Předpokládej, že po každém přeplutí řeky všechna zvířátka z loďky vystoupí na břeh. Čuníkům by se tak např. nezamlouvala ani situace, kdy by loďka s čuníkem a lvíčetem připlula ke břehu, na kterém je druhé lvíče, a to ani ve chvíli, kdy by se čuník plánoval s loďkou zase hned vrátit. V okamžiku přistání by totiž lvíčata byla proti čuníkovi v přesile.



Obrázek si můžeš vystříhnout. :-)

Úloha 5A

V salóně

(5 bodů)



Andulka Andělka si ve svém hnízdě otevřela kadeřnický salón. Hned první den, v pondělí, k ní přišlo několik zákazníků. V úterý přišlo ještě o jednoho zákazníka víc, ve středu o čtyři méně než v úterý, ve čtvrtek o dva více než ve středu, v pátek o čtyři více než ve čtvrtek a v sobotu o jednoho méně než v pátek. Kolik zákazníků obsloužila Andělka v neděli, jestliže k ní každý den přišel jiný počet zákazníků, největší počet zákazníků, které obsloužila za jeden den, byl sedm a každý den k ní přišel alespoň jeden zákazník?

Kategorie starší

Úloha 1B Diář

(5 bodů)

Myška Hanka dostala k Vánocům piškotky, sýr a jiné dobrůtky a taky dva diáře na rok 2018. Myška si jeden z nich vybrala, bylo jí ale líto, aby druhý diář jen tak ležel ladem. Rozhodla se tedy, že si ho schová do doby, než nastane rok, ve kterém budou všechna data (až na rok, pochopitelně) odpovídat stejným dnům v týdnu jako v roce 2018. Kdy nejdříve bude moci myška svůj rezervní diář použít?

Úloha 2B Továrna na výrobu medu

(6 bodů)


V továrně na výrobu medu propukla chřipková epidemie. První den odešlo na nemocenskou 10 % pracovníků, a tak se vyrobilo během dne pouze 225 sklenic medu. Druhý den už chybělo dvakrát více pracovníků než první den. Naštěstí však každý dělník vyrobil o 16 % více medu než den předchozí. Kolik litrů medu bylo vyrobeno druhý den, pokud víme, že jedna sklenice má objem 250 ml?

Úloha 3B Hudebníci

(7 bodů)

Hurá, sláva, v Království zvířat se koná svatba, magot Zdeněk si bere činčila Reginu! Zdeněk už své vyvolené dokonce postavil dům: má půdorys čtverce a uvnitř je rozdělen na 64 ($= 8 \times 8$) stejných čtvercových místností. Zdeněk s Reginou teď přemýšlí, jak si svůj nový domov zařídí. Oba dva jsou hudebníci – činčila hraje na činely a magot na fagot – a každý tak potřebuje svou vlastní zkušebnu. Zároveň ale musí platit, že jejich dvě zkušebny nesmí být vedle sebe, protože jinak by se zvířátka při muzicírování rušila. Kolika způsoby můžou Zdeněk s Reginou umístit do svého domečku dvě zkušebny tak, aby spolu nesousedily?

Místnost sousedí se všemi místnostmi, se kterými má společnou buď stěnu, nebo alespoň roh.

Úloha 4B Cestování

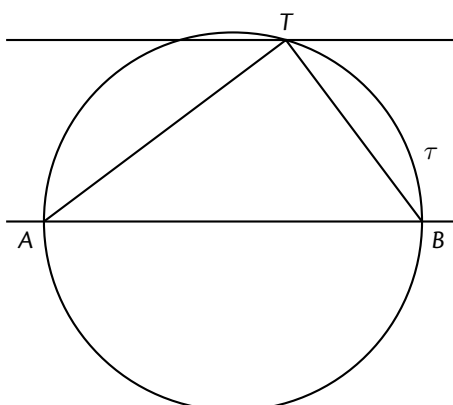
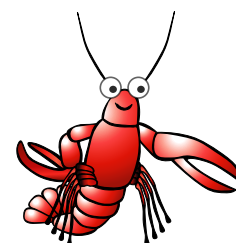
(9 bodů)

Rak Tháles (2. pád Tháleta) bydlí v příbytku na jižním břehu široké zanedbatelně rychle tekoucí řeky, jejíž břehy jsou dvě rovnoběžné přímky. Příliš neoplývá orientáčním smyslem, a aby se tak na cestách za kamarády neztratil, drží se několika pravidel:

1. Trasa cesty musí být lomenou čarou. Lomená čára může být tvořena jednou nebo více úsečkami.
2. Krajní body každé z úseček tvořících tuto lomenou čáru musí ležet na protějších březích řeky.
3. Každé dvě navazující úsečky této lomené čáry musí svírat úhel 90° .

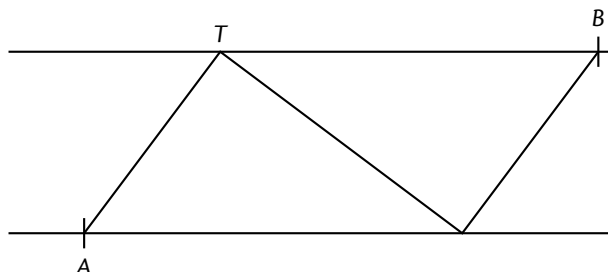
Tháles tedy vždy vyrazí některým směrem a plave rovně, dokud nedorazí k protějšímu břehu. Tam se otočí o 90° a plave takto dále, dokud nedorazí do cíle.

Když tedy Tháles cestuje za některým svým kamarádem, který také žije na jednom z břehů řeky, musí správně vybrat, kterým směrem vyrazit. Už zjistil, jak toto učinit, když chce ze svého příbytku (A) s právě jednou změnou směru (zlomem lomené čáry) doplout do nějakého místa na jižním břehu (B). Nejprve nakreslí do své mapy kružnici τ tak, aby úsečka AB byla jejím průměrem – povšiml si totiž, že pro kterýkoliv bod T na této kružnici bude úhel ATB mít velikost 90° . Stačí mu tedy nalézt libovolný průsečík kružnice τ se severním břehem řeky a do tohoto bodu směřovat (viz obrázek 2).



Obrázek 2: Tháletova cesta s jednou změnou směru

Tháles by rád navštívil i své kamarády žijící na břehu severním, ale cestovat za nimi přímo po úsečce mu přijde nudné. Vybere-li si bod B na severním břehu, do něhož by rád doplul s právě dvěma změnami směru, jakým postupem má rýsováním sestrojít nějaký bod T taktéž na severním břehu řeky, k němuž pokud zamíří, dorazí dle svých pravidel do B (viz obrázek 3)?



Obrázek 3: Cesta s dvěma změnami směru

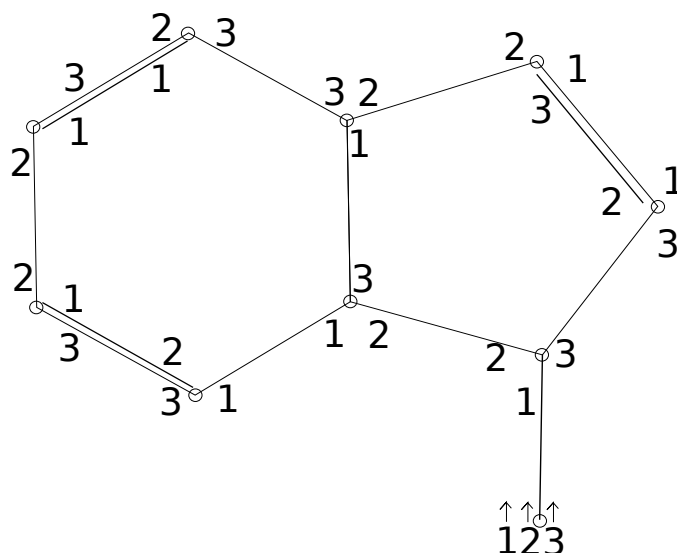
Tháles k rýsování užívá pouze kružítko a pravítka, kterým však **nikdy** neměří délky.

Úloha 5B Elektronová

(5 bodů)

Byl jednou jeden hrad, Purin se jmenoval, a v něm žila hromada elektronů. Hrad Purin se skládá z devíti místností neboli atomů (na obrázku vyznačené kolečky), které jsou navzájem propojené chodbami (na obrázku vyznačené jako čárky). Jedna chodba (na obrázku vpravo dole) vede z hradu ven. Aby se elektrony na hradě lépe orientovaly, má každá chodba svoje číslo, které je napsané na jejím konci. Povídá se ale (a je to pravda), že na každém konci té samé chodby může být číslo úplně jiné! Mezi některými dvojicemi atomů je tak čilý dopravní ruch, že mezi nimi dokonce vznikly dvě různé chodby se samostatnými konci.

Pan purkrabí nechal každému elektronu postavit v některém z atomů jeho vlastní postýlku neboli orbital. Elektrony jsou ale velmi neposedné a sedět jen tak pořádkem v jednom orbitalu se jim vůbec ale vůbec nechce. A tak běhají sem a tam po celém Purinu. Jeden malý elektronek se teď rozhodl, že chce oběhnout celý Purin kolem dokola. Bohužel ale neví, jak to udělat, protože, popleta jeden, dočista zapomněl, ve kterém atomu se právě nachází. Dokážeš mu poradit posloupnost čísel takovou, že když bude postupně procházet chodbami s těmito čísly, navštíví (v libovolném pořadí) všechny atomy, nezávisle na tom, v jakém atomu se bude nacházet na začátku? Aby se elektronek moc nenaběhal, neměla by tato posloupnost být delší než 18 čísel.



Obrázek 4: Plán Purinu