

Ahoj!

Vítej v VIII. ročníku korespondenční soutěže Jáma Lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma Lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, z nichž v každém na Tebe čeká pět záladných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pro zájemce z řad soutěžících je připraven **letní tábor**. Kapacita tábora je 24 účastníků, přednost mají ti s lepším umístěním v soutěži. Ještě než se vrhneš do víru zadání, přečti si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžeš přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na zvláštní papír napiš svoje jméno, školu, třídu a e-mail nebo telefon, abychom Tě (např. kvůli účasti na táboře) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu piš na samostatný papír formátu A4. U horního okraje napiš své jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očíslej.
- Pokud úlohu odevzdáváš přes naše webové stránky, stačí, když bude každá úloha v samostatném PDF dokumentu.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým ses dostal/a k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíš, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžeš získat body.
- Úlohy řeš samostatně, ale nemusíš se bát konzultovat své nápady třeba s rodiči, učiteli, případně hledat informace na internetu.
- V tomto kole můžeš dohromady získat 32 bodů. Nemusíš řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě ten bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sleduj webové stránky soutěže: <https://www.jamalvova.cz>.

Své řešení nám pošli do **20. ledna** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor PR a marketingu – Jáma Lvová
Rektorát ČVUT
Žitkova 4
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

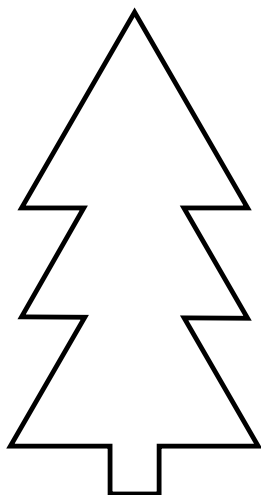
Alenka, Běňa, Čenda, Hanka, Honza, Honza, Klárka, Kobi, Markéta, Terka, Zuzka a Zuzka

Kategorie mladší

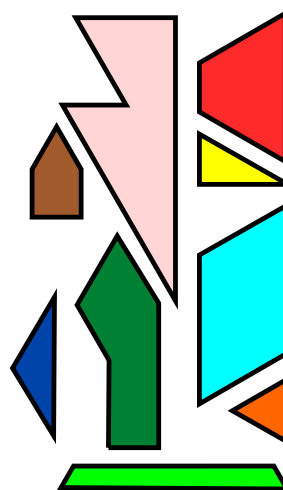
Úloha 1A Krabička Klárka

(5 bodů)

Krabička Klárka chtěla pro své kamarády kraby připravit něco hezkého na Vánoce, a tak si vystříhala z papíru krásné přáníčko ve tvaru stromečku (viz obrázek 1a). Když pak ale chtěla svůj výtvar vzít, rozstříhala ho svými nešikovnými krabími klepety na několik dílků (viz obrázek 1b). Klárce se její předchozí výtvar moc líbil, a ráda by tedy stromeček seskládala do původního stavu. Dokážeš jí s tím pomoci? Dílky se samozřejmě při pádu promíchaly a různé pootáčely, takže je můžeš libovolně přesunovat i obracet.



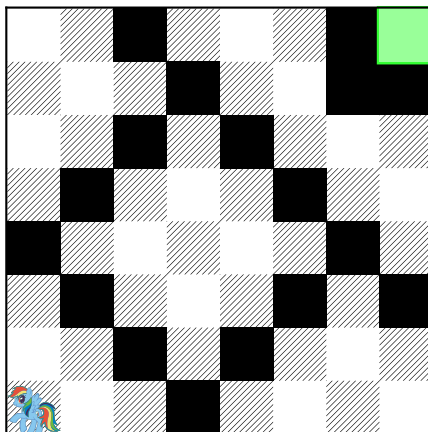
(a)



(b)

Úloha 2A Kulhavý hyperkůň
(6 bodů)

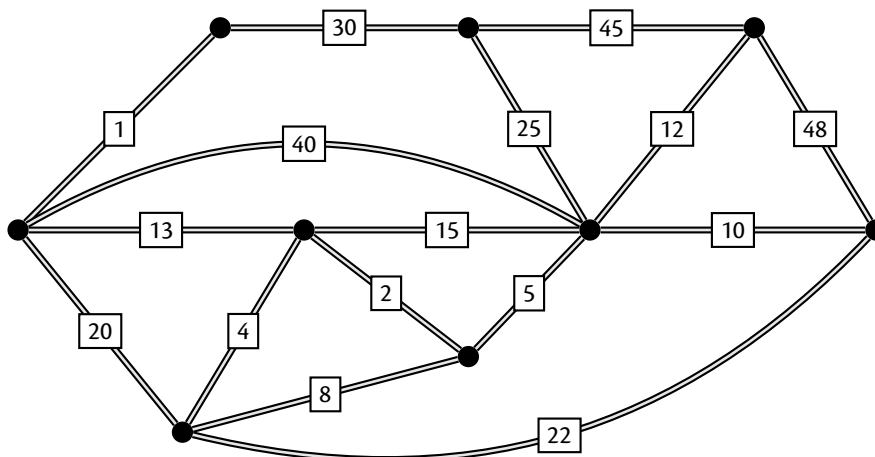
Po své poslední eskapádě byl Hyperkůň vhozen do žalárního bludiště a pochroumal si u toho levé zadní kopýtko. Bludiště vypadá jako velká šachovnice, jen na některých políčkách zeje místo podlahy bezedná jáma (na obrázku 2, vyznačeno černě). Brrr, tam by tedy nechtěl spadnout. Král Hyperkoní naštěstí ve své veliké moudrosti slíbil udělit milost, pokud se mu povede ze žaláře dostat. Za normálních okolností by Hyperkůň přeskákal ze svého místa rovnou ke schodům ven (na obrázku 2 jsou vyznačeny zeleně), kvůli zraněné noze ale musí být opatrný. Každý lichý (tedy i ten první) skok může skočit jen o jedno pole libovolným směrem (tedy jako šachový král), a pouze v sudých skocích může skákat jako správný Hyperkůň o 3 pole jedním směrem a o jedno pole stranou (viz úloha 3A z předchozího kola). Jak se teď dostane ven, když to levou zadní nepůjde? Dokážeš Hyperkoní poradit nejkratší cestu ven?



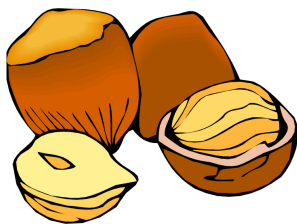
Obrázek 2

Úloha 3A Kalamita
(7 bodů)

Hurá, sláva, napadl sníh! Všichni medvědi, medvědice a medvíďata se hned vyhnuli ze svých brlohů a pustili se do koulování, děláni andělíčků a stavění sněhuláků. Jen chudák medvědice Borůvka je nešťastná: Zrovna tento týden na ni vyšla úklidová služba, a tak musí všem ostatním medvědům prohrnout cestičku vedoucí k jejich doupěti. Medvědi jsou naštěstí rozumní a nepožadují, aby prohrnuté byly všechny cesty, stačí jim, když ke každému doupěti povede alespoň jedna prohrnutá cestička a když budou všechna doupata v osadě prohrnutými cestičkami vzájemně propojena. Čas potřebný na prohrnutí není u všech cestiček stejný (viz obrázek 3, čísla udávají čas v minutách) – některé jsou delší, některé jsou kratší, některé vedou po rovině, jiné do prudkého kopce, někde se sněhu nakupilo více a jinde méně. Které cestičky má Borůvka prohrnout, aby učinila povinnosti zadost, ale zároveň se co nejdříve mohla připojit ke svým kamarádům, kteří chystají velkou sněhovou bitvu? A kolik času jí prohrnování zabere? (Čas nutný k přesunům po již prohrnutých cestičkách zanedbej a místo, kde Borůvka s prohrnováním začne, si také můžeš zvolit libovolně.)



Obrázek 3

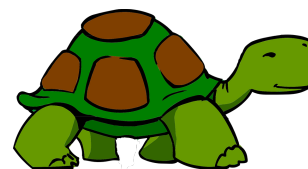
Úloha 4A Ořechové hody**(9 bodů)**

Veverka Verča chce pozvat na návštěvu své dva kamarády – burunduka Bědu a plachého plcha. Verča by jim jako dobrá hostitelka ráda nabídla to, co jim chutná ze všeho nejvíce – jako správní lesní hlodavci samozřejmě všichni moc rádi mlsají oříšky. V dosahu jsou k máni tři druhy – vlašské, kešu a burské. Každé zvířátko má ale vlastní představu o tom, jak vypadá ideální směs oříšků. Bědovi vůbec nechutnají kešu oříšky, zato vlašáky má rád a chtěl by jich dvakrát více než buráků. Plch je ještě náročnější a pověděl Verči, že kešu oříšků chce o polovinu více než buráků a vlašáků že chce poloviční množství než buráků. Verči jde z toho hlava kolem – ona sama má ráda ořechy prostě a jednoduše ve stejném množství od všech druhů. Nyní potřebuje vymyslet, jak všechny tyto směsi získat. Verča zná tři místa, kde oříšky rostou: Na mýtině rostou kešu oříšky a buráky, u potoka lze nasbírat vlašáky a buráky a do houštin se vydává na sběr vlašáků a kešu. Vybírat jenom jeden druh oříšků se Verči nevyplatí, a proto vždy na

daném místě nasbírá směs obou druhů oříšků, a to v poměru 1:1. Poradíte jí, kolikrát se má na která místa vypravit, aby mohla svým přátelům i sobě namíchat oříškovou směs dle jejich přání? Verča unese najednou 5 g oříšků a chce, aby každý její kamarád i ona sama měla přesně 30 gramů své oblíbené směsi.

Úloha 5A Vojáci v želvě**(5 bodů)**

Vojáci v Království zvířat chtějí na počest svého generála secvičit přehlídku, ve které se objeví zbrusu nová bojová formace – formace želva. Jelikož ale tuto formaci nikdy neviděli, domluvili se s opravdickou želvou, prohlédli si, jak vypadá, a pokusili se její tvar napodobit. Nakonec se rozhodli vytvořit formaci tak, že v hlavové části budou vojáci uspořádáni ve čtyřech řadách, přičemž ve druhé a třetí řadě bude o jednoho vojáka víc než v řadě první a čtvrté a v první řadě budou 2 vojáci. Tělová část je tvořena dvaceti řadami (v první je 25 vojáků), přičemž s každou řadou až do desáté přibudou tři vojáci. V jedenácté řadě je stejný počet jako v desáté a od jedenácté řady v každé další řadě tři vojáci ubývají. Ocas a nohy jsou složeny ze tří vojáků (každá noha 3 vojáci a ocas 3 vojáci).



Kolik vojáků bude generál na přehlídku potřebovat, pokud chce vytvořit tři formace želva a před každou želvou má navíc jít jeden voják jako velitel?

Ahoj!

Vítej v VIII. ročníku korespondenční soutěže Jáma Lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma Lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, z nichž v každém na Tebe čeká pět záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pro zájemce z řad soutěžících je připraven **letní tábor**. Kapacita tábora je 24 účastníků, přednost mají ti s lepším umístěním v soutěži. Ještě než se vrhneš do víru zadání, přečti si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžeš přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na zvláštní papír napiš svoje jméno, školu, třídu a e-mail nebo telefon, abychom Tě (např. kvůli účasti na táboře) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu piš na samostatný papír formátu A4. U horního okraje napiš své jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očíslej.
- Pokud úlohu odevzdáváš přes naše webové stránky, stačí, když bude každá úloha v samostatném PDF dokumentu.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým ses dostal/a k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíš, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžeš získat body.
- Úlohy řeš samostatně, ale nemusíš se bát konzultovat své nápady třeba s rodiči, učiteli, případně hledat informace na internetu.
- V tomto kole můžeš dohromady získat 32 bodů. Nemusíš řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě ten bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sleduj webové stránky soutěže: <https://www.jama.lvova.cz>.

Své řešení nám pošli do **20. ledna** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor PR a marketingu – Jáma Lvová
Rektorát ČVUT
Žitkova 4
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Alenka, Běňa, Čenda, Hanka, Honza, Honza, Klárka, Kobi, Markéta, Terka, Zuzka a Zuzka

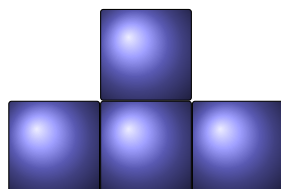
Kategorie starší

Úloha 1B Parníky

(5 bodů)

Méďa Brumla má tuze rád šachy. Bez figurek a šachovnice se ani nehne. Problém je v tom, že nemá s kým hrát, a proto se snaží najít si jinou zábavu, kde bude moci využít své milované náčiní. Napadlo ho, že by si mohl z figurek vytvořit armádu a ze své klasické šachovnice 8×8 políček vyrobit parníky (viz obrázek 4), aby měl i flotilu.

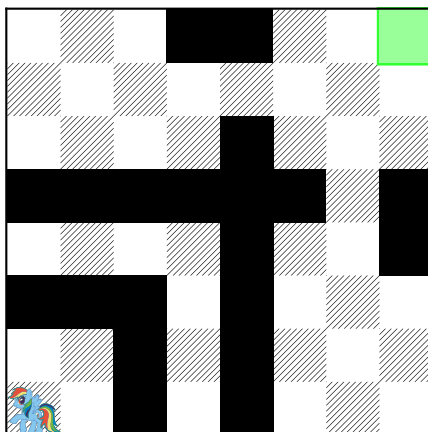
Povede se Brumlovi vyřezat parníky tak, aniž by mu na šachovnici nějaké políčko zbylo (bez jakéhokoliv slepování)?



Obrázek 4

Úloha 2B Kulhavý hyperkůň
(6 bodů)

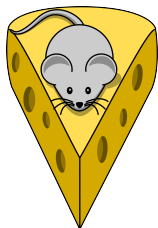
Po své poslední eskapádě byl Hyperkůň vhozen do žalárního bludiště a pochroumal si u toho levé zadní kopýtko. Bludiště vypadá jako velká šachovnice, jen na některých políčkách zeje místo podlahy bezedná jáma (na obrázku 5, vyznačeno černě). Brrr, tam by tedy nechtěl spadnout. Král Hyperkoni našťestí ve své veliké moudrosti slíbil udělit milost, pokud se mu povede ze žaláře dostat. Za normálních okolností by Hyperkůň přeskákal ze svého místa rovnou ke schodům ven (na obrázku 5 jsou vyznačeny zeleně), kvůli zraněné noze ale musí být opatrný. Každý lichý (tedy i ten první) skok může skočit jen o jedno pole libovolným směrem (tedy jako šachový král), a pouze v sudých skocích může skákat jako správný Hyperkůň o 2 pole jedním směrem a 2 pole stranou (viz úloha 2B z předchozího kola). Jak se teď dostane ven, když to levou zadní nepůjde? Dokážeš Hyperkoni poradit nejkratší cestu ven?



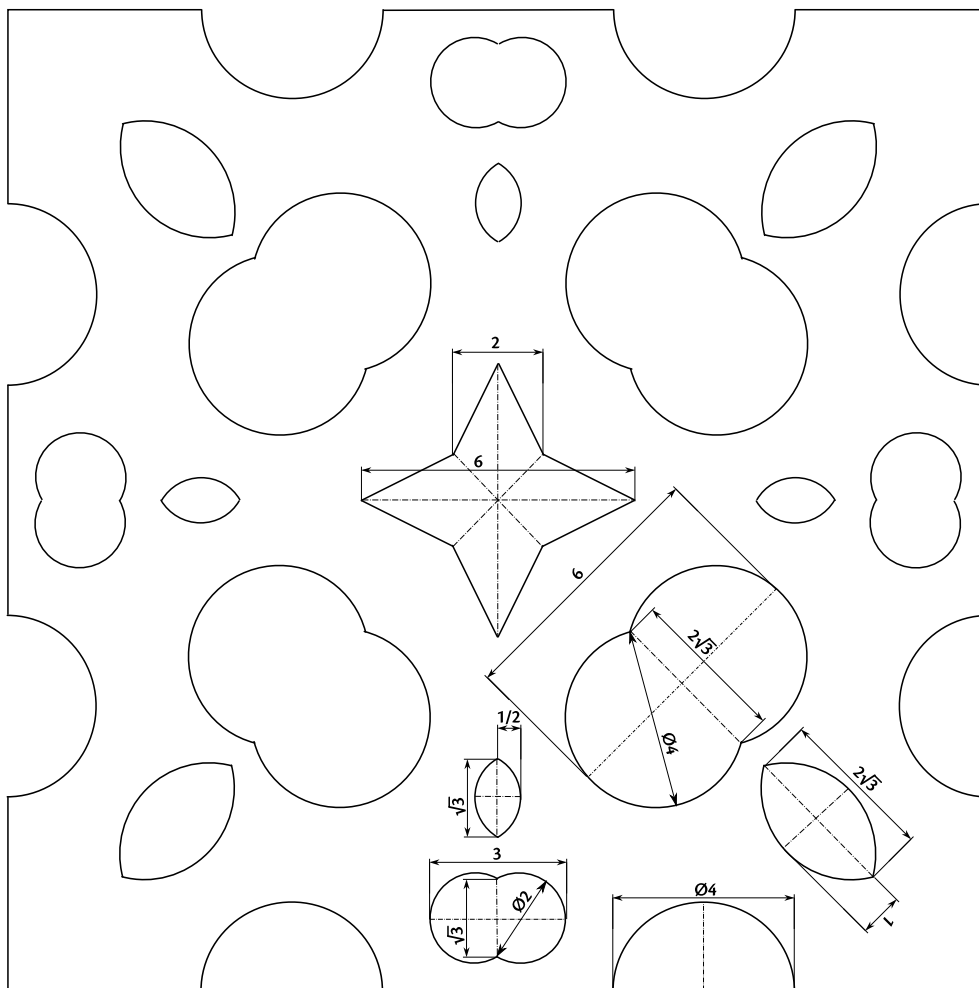
Obrázek 5

Úloha 3B Marticové počty 2
(7 bodů)

Při zkoumání marticového násobení (viz úloha 4B z předchozího kola) přišli zvířecí matematici na hroznou věc: Marticové násobení není komutativní! Zatímco pro obyčejné násobení čísel platí $x \cdot y = y \cdot x$ pro každá dvě čísla x a y (např. $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$), pro marticové násobení to neplatí! To jsou věci... V matematických kruzích se okamžitě rozproudila živá debata o tom, zda existují nějaké dvě matice M, N takové, že je pro ně marticové násobení komutativní, tedy že platí $M \cdot N = N \cdot M$. Dokážeš jim poradit?

Úloha 4B Vánoce z ementálu
(9 bodů)


Myška Hanka by si o Vánocích chtěla stromček ozdobit krásnými ementálovými vločkami (viz obrázek 6; rozměry jsou v cm). Ráda by si jich na stromček rozvěsila rovných 50, problém je ale v tom, že v obchodě se vločky neprodávají na kusy, ale na váhu. Hanka ví, že každá vločka má stranu dlouhou 20 cm a tloušťku 2 mm, a také to, že 1 cm^3 sýra (bez ok) má hmotnost 1 g. Kolik gramů ozdob si má Hanka v obchodě poručit?



Obrázek 6

Úloha 5B Rovnoramenné váhy
(5 bodů)

Tapír Tobiáš si otevřel prodejnu cukroví. Dveře obchodu se před Vánoci netrhnou a Tobiáš se má co ohánět, aby všechny zákazníky obsloužil. Nejvíce na odbyt jdou čokoládové dodekahedrony s karamelovou náplní. Cukrář, který je vyrábí, je ale popleta a občas se stává, že v některém dodekahedronu chybí náplň. Aby Tobiáš žádného zákazníka neošidil, vždy každý zákusek pečlivě převažuje na svých rovnoramenných vahách – dodekahedron bez náplně je samozřejmě o mnoho lehčí než ten s náplní. Dnes se mu ale stala nemilá věc, někde se mu zatoulalo potřebné závaží a on nutně potřebuje přezkoumat poslední krabičku. Uvnitř je devět zákusků a lístek od cukráře s omluvou, že zase do jednoho z nich nedal náplň. Jak má tapír Tobiáš jen za pomoci rovnoramenných vah zjistit, který zákusek je bez náplně? Zákazníci už netrpělivě čekají, poradíš Tobiášovi, jak to zvládnout na co nejméně vážení? Tobiáš by to určitě dokázal na čtyři zvážení, dokážeš to lépe?

