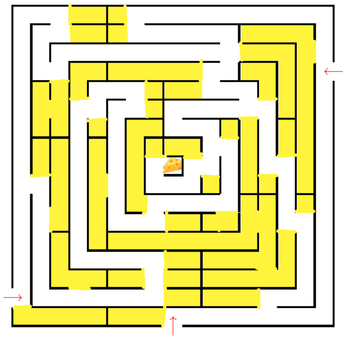
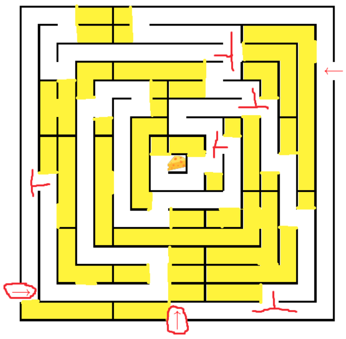
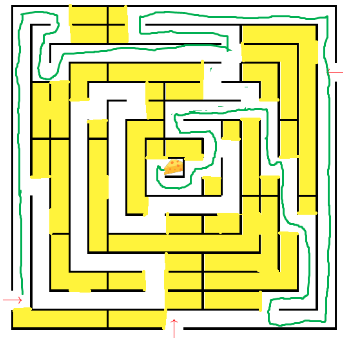
Kategorie mladší

Úloha 1A Algernon

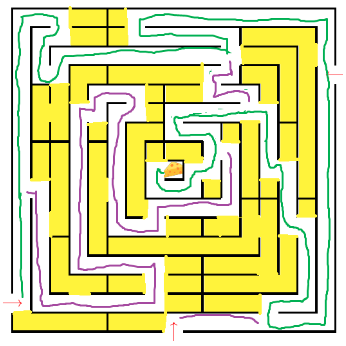
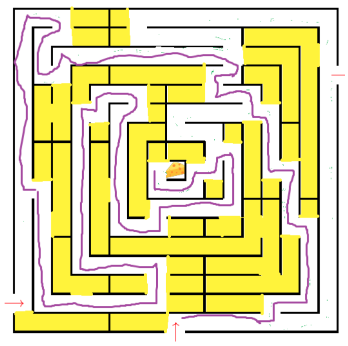
Jako první se bude hodit, aby si Algernon vyznačila všechny slepé chodby (na prvním obrázku značeno žlutě). Na ty může nyní zcela zapomenout.

Než se kamkoli vypraví, není také od věci si uvědomit, kde všude se v labyrintu nachází rozcestí. Na těchto místech totiž může dojít ke křížení její trasy, kterému by se ráda vyhnula. Těmito rozcestími by měla projít jak cestou tam tak cestou zpět, ale pokaždé jinudy. Stejně tak si dopředu může ujasnit, které vchody do bludiště využije - budou to ty, kolem kterých nemůže jen tak projít, do kterých se dostane pouze, když do nich vstoupí nebo jimi vyleze ven. (obrázek 2)

Nyní konečně přichází čas na promyšlení trasy. Čím delší cesta, tím lepší, a na obou cestách potřebuje navíc navštívit všechna rozcestí. První návrh cesty, který toto splňuje, vidíme na obrázku 3 (zeleně).

Následně si vyznačíme úseky, které potřebuje Algernon projít na své cestě zpátky (na obrázku 4 jsme to udělali fialově) a budeme doufat, že se nám je podaří spojit.

Což se v našem případě stalo (obrázek 5). Na samotné cestě tam ani zpět se Algernon nikdy nevyskytla na stejném bodě dvakrát a stejně tak si můžeme ověřit i to, že opravdu prošla všechny neslepé cesty.

Existovat může samozřejmě více možností než ty, které jsou zde vyznačené, a stejně tak není nijak určeno, jestli má Algernon napřed projít zelenou nebo fialovou trasou.

Rozhodně jsme ale ukázali, že chytrá myška Algernon může dosáhnout svého cíle.

Úloha 2A Třídící

Šimonovi zabere setřídění celého seznamu vždy stejný počet kroků, bez ohledu na to, jaké bylo původní pořadí slov. Udělá tedy postupně 5, 4, 3, 2 a 1 krok, celkem 15 kroků.

Šárka postupně na konec dává slova Vlk, Prase, Lev, Jezevec, Hroch. Protože až potom budou slova správně setříděná, nezkrátí si práci a bude muset provést všechny potřebné kroky. Nejprve jí zabere najít poslední slovo 6 kroků + 1 krok stráví kontrolou, to je 7 kroků a poté pokaždé o jeden krok méně, tedy 6, 5, 4 a 3 kroky. Celkem bude mít všechna slova setříděná za 25 kroků.

Šárka by mohla vyhrát, pokud budou slova ve správném pořadí už v průběhu třídění. To nastane například tehdy, když jsou všechna slova ve správném pořadí a jen poslední z nich je kdekoli uprostřed, případně jen poslední dvě slova. Tak by to Šárce zabralo celkem 7, nebo 7 + 6 kroků, což je stále méně, než Šimonových 15. Původní pořadí by mohlo být například:

Antilopa, Vlk, Hroch, Jezevec, Prase, Lev

Úloha 3A Kombinační čtverce jezevce Johana - mladší

Pojďme jezevci Johanovi společně pomoci zjistit, jakou genetickou výbavu budou mít a jak budou vypadat různé experimenty, které s hrachem prováděl.

Podúloha i)

Johan se zaměřil na barvu květů (tento znak si označil písmenem A) a sledoval rostlinu, která nese dvě dominantní alely genu pro barvu (rostlina má fialovou barvu) a rostlinu, která nese dvě recesivní alely genu pro barvu (rostlina má bílou barvu). Do čtverce tedy zaznamenáme křížení rostliny AA s rostlinou aa. V rámci křížení se uplatňuje systém úplné dominance.

kombinační čtverec:

	A	A
a	Aa	Aa
a	Aa	Aa

genotypový štěpný poměr: 100 % Aa

fenotypový štěpný poměr: 100 % fialové květy

Podúloha ii)

Johan se zaměřil na barvu květů (tento znak si označil písmenem A) a v prvním křížení sledoval rostlinu, která nesla dvě dominantní alely (rostlina má fialovou barvu) a rostlinu, která nesla dvě recesivní alely (rostlina má bílou barvu). Do čtverce jsme tedy zaznamenali křížení rostliny AA s rostlinou aa. Následně jsme vytvořili tzv. 1. filiální generaci (F1) a to zkřížením jedinců rodičovské, tedy parentální generace. V rámci křížení se opět uplatňuje systém úplné dominance.

kombinační čtverec generace P (shoduje se s řešení i)):

	A	A
a	Aa	Aa
a	Aa	Aa

genotypový štěpný poměr: 100 % Aa

fenotypový štěpný poměr: 100 % fialové květy

kombinační čtverec generace F1 (nově vzniklý): *na obrázku je nejdříve generace P a poté F1*

	A	A
a	Aa	Aa
a	Aa	Aa

	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

genotypový štěpný poměr: 1:2:1 (25 % AA, 50 % Aa, 25 % aa)

fenotypový štěpný poměr: 3:1 (75 % fialové květy, 25 % % bílé květy)

Podúloha iii)

Johan se zaměřil na šířku stonku (tento znak si označil písmenem B) a sledoval rostlinu, která nese dvě dominantní alely genu pro šířku stonku (rostlina má široký stonek) a rostlinu, která nese dvě recesivní alely genu pro šířku stonku (rostlina má úzký stonek). Do čtverce tedy zaznamenáme křížení rostliny BB s rostlinou bb. V rámci křížení se uplatňuje systém neúplné dominance.

kombinační čtverec:

	B	B
b	Bb	Bb
b	Bb	Bb

genotypový štěpný poměr: 100 % Bb

fenotypový štěpný poměr: 100 % stonek střední šířky

Podúloha iv)

Johan se zaměřil na šířku stonku (tento znak si označil písmenem B) a v prvním křížení sledoval rostlinu, která nesla dvě dominantní alely (široký stonek) a rostlinu, která nese dvě recesivní alely (úzký stonek). Do čtverce tedy zaznamenáme křížení rostliny BB s rostlinou bb. Následně jsme vytvořili tzv. 1. filiální generaci (F1) a to zkřížením jedinců parentální generace. V rámci křížení se opět uplatňuje systém neúplné dominance.

kombinační čtverec generace P (shoduje se s řešení iii)):

	B	B
b	Bb	Bb
b	Bb	Bb

genotypový štěpný poměr: 100 % Bb

fenotypový štěpný poměr: 100 % stonek střední šířky

kombinační čtverec generace F1 (nově vzniklý): *na obrázku je nejdříve generace P a poté F1*

	B	B
b	Bb	Bb
b	Bb	Bb

	B	b
B	BB	Bb
b	Bb	bb

genotypový štěpný poměr: 1:2:1 (25 % AA, 50 % Aa, 25 % aa)

fenotypový štěpný poměr: 1:2:1 (25 % široký stonek, 50 % stonek střední šířky, 25 % úzký stonek)

Nyní znáš základy dědičnosti i zákonitosti, podle kterých se řídí a můžeš se doma směle pustit do pěstování vlastních rostlinek!

Kategorie starší

Úloha 1B Kostky

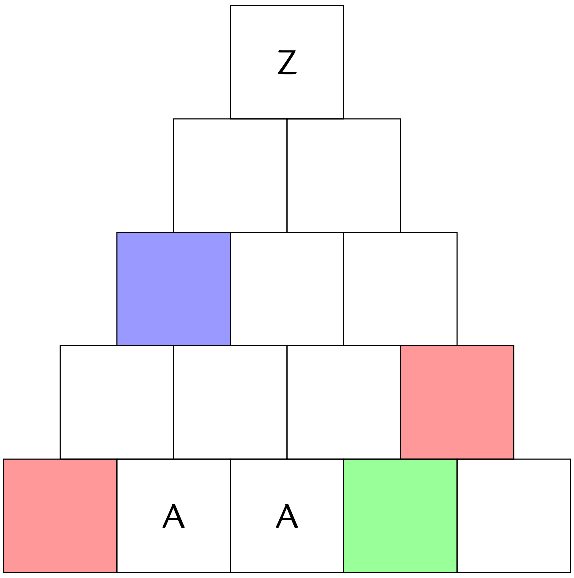
Ze zadání víme, že v nejspodnějším řádku jsou dvě písmena A (1) vedle sebe, takže nad nimi musí být písmeno B (2). Písmeno A nemůže být nikde jinde, protože nejde z jiných písmen vytvořit. V modré kostce lze mít pouze násobky čtyř (ze zadání je čtyřnásobkem zelené kostičky), takže nejnižší možné písmeno je D (4), poté H (8), L (12), P (16), a tak dále.

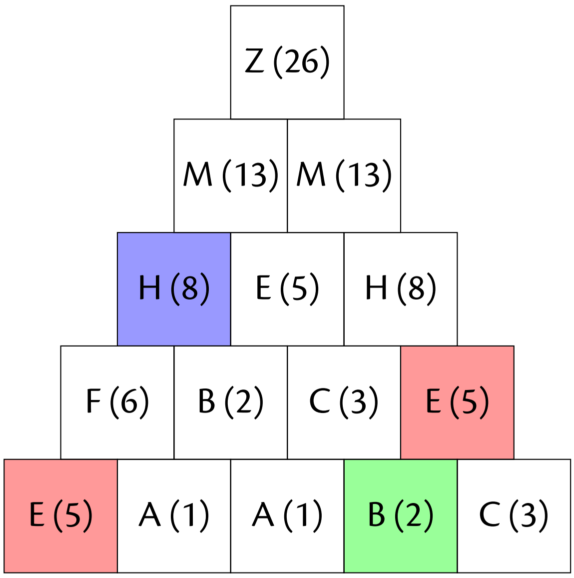
Od modré kostky lze také odečíst písmeno B (2), jelikož je přímo pod ním. Takže druhé písmeno pod modrou kostičkou musí být hodnota modré kostky mínus 2. To znamená, že v modré kostce nemůže být písmeno D (4), protože by potom muselo pod ním být písmeno B a v červené kostičce písmeno A, což nelze kvůli dříve uvedenému důvodu.

Zkusíme modrou kostku doplnit podle druhé nejnižší možnosti - písmenem H, takže přímo pod H by bylo F (6) a v červené kostičce by bylo E (5).

V zelené kostičce tak musí být písmeno B, jelikož 2 (B) krát 4 je 8 (H). V červené kostce, která je nad zelenou kostičkou, je písmeno E (červené kostky mají stejnou hodnotu), takže v pravém rohu musí být písmeno C ($5 - 2 = 3$).

Po dopočtení celé pyramidy zjistíme, že to takhle máme správně. Obdobně bychom mohli vyzkoušet doplnit do modré kostičky L (12) nebo jakýkoli další násobek 4, ale zjistili bychom, že by nakonec nahoře nevyšlo číslo 26.





Pro ty z vás, kteří už znáte rovnice, by alternativní řešení mohlo vést přes jejich chytré využití.

Opět si zpočátku doplníme B (2) nad dvě kostičky s A (1). Červenou kostičku si označíme jako x a zelenou jako y. Tím pádem je druhá kostka rovna čtyřnásobku y.

Budeme dále postupovat podle dvou pravidel v souladu se zadáním:

- Součet dvou kostiček dává hodnotu společné kostičky nad nimi.
- Z prvního pravidla lze odvodit, že v rámci této trojice kostiček jde dopočítat i jednu z kostiček dole – když druhou kostičku dole odečteme od horní.

Kostička v úplně pravém dolním rohu se rovná $x - y$. Můžeme také dopočítat kostičku umístěnou dole vlevo pod modrou, ta se rovná jak $x + 1$, tak $4y - 2$. Získáváme tak první rovnici: $x + 1 = 4y - 2$.

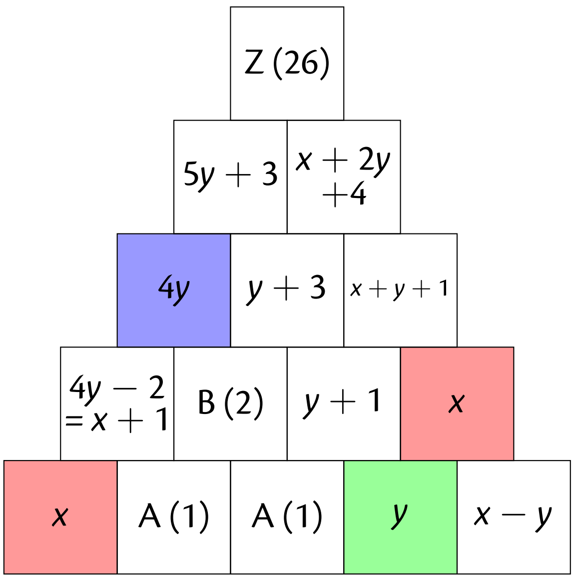
Nad zelenou kostičkou a A (1) máme $y + 1$, takže nad červenou kostičkou vpravo a nově doplněným $y + 1$ bude $x + y + 1$. Vpravo od modré kostičky můžeme doplnit součet B (2) a nově doplněného $y + 1$, takže v ní bude $y + 3$.

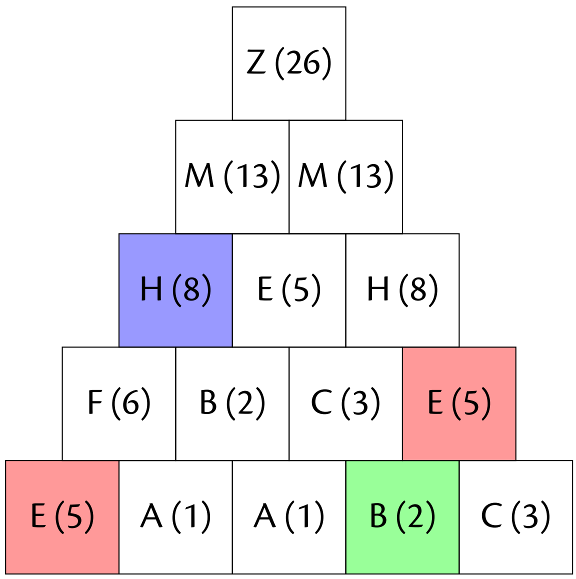
Tím nám zbývá doplnit poslední dvě kostičky pod Z (26). Ta více vlevo bude rovna součtu modré kostičky, tj. $4y$ a $y + 3$, což se rovná $5y + 3$. Druhá, trochu složitěji, $(y + 3) + (x + y + 1)$, takže $x + 2y + 4$. Protože součet těchto dvou kostiček známe – Z (26), získáváme jejich součtem druhou rovnici: $(5y + 3) + (x + 2y + 4) = x + 7y + 7 = 26$

Řešíme soustavu dvou rovnic:

- (1) $x + 7y + 7 = 26 \qquad / - 7$
- (1) $x + 7y = 19$
- (2) $x + 1 = 4y - 2 \qquad / - 1$
- (2) $x = 4y - 3$
- Dosadíme x z rovnice (2) do rovnice (1).
- (2→1) $4y - 3 + 7y = 19$
- (2→1) $11y - 3 = 19 \qquad / + 3$
- (2→1) $11y = 22 \qquad / : 11$
- (2→1) $y = 2$
- Dosadíme y zpět do rovnice (2).
- ((2→1)→2) $x = 8 - 3$
- ((2→1)→2) $x = 5$
- Můžeme zkontrolovat výsledek dosazením $x = 5$ a $y = 2$ do obou rovnic (1) a (2). Ty po dosazení platí, počítali jsme správně.

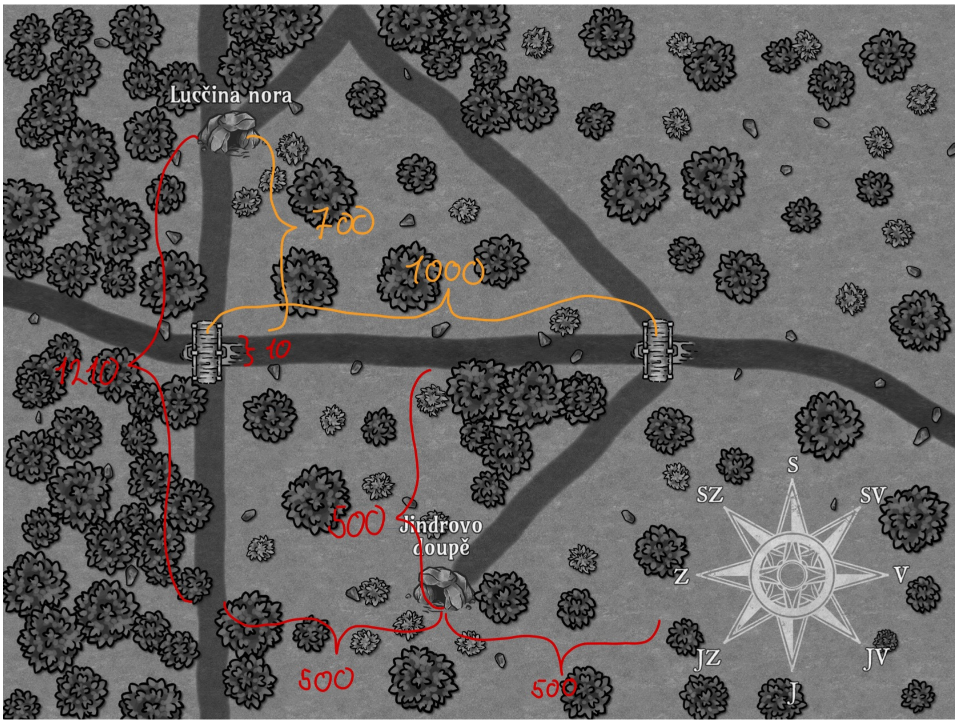
Víme tedy, že x je E (5) a y je B (2). Dosadíme do všech kostiček a získáme výslednou pyramidu.



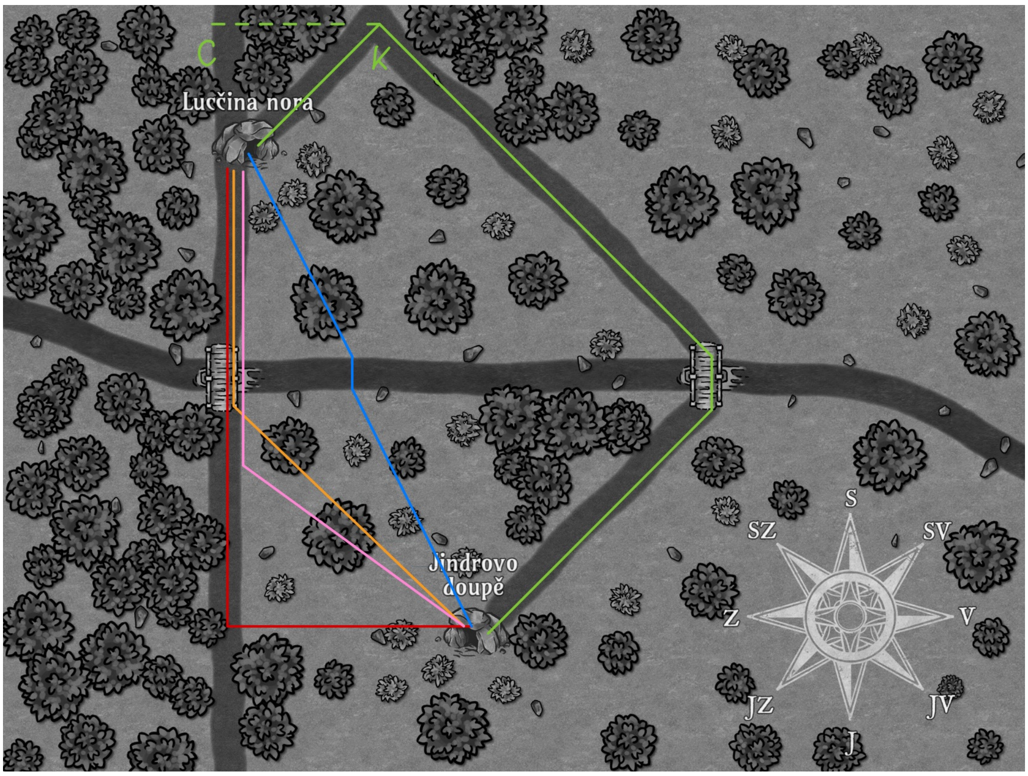


Úloha 2B Cestou necestou

Nejdříve si zakreslím známé vzdálenosti (červeně) a další si dopočítám (oranžově).



Pro všechny trasy budu potřebovat nejdříve vypočítat jejich délku a následně použít vzoreček $t = \frac{s}{v}$ (čas $= \frac{\text{vzdálenost}}{\text{rychlost}}$) pro výpočet času, který trasa zabere.



Po cestách - zelená trasa

Pouze po cestách vede jediná možná trasa přes východní most.

Pro výpočet délky části trasy nad řekou si představím, že Lucčina nora se nachází o 300 m severněji. To znamená, že cesta k mostu od této pomyslné nory vede celou dobu na jihovýchod.

Pak porovnám trojúhelník *křižovatka K-cesta C-opravdová nora* s trojúhelníkem *křižovatka K-cesta C-pomyslná nora*. Jelikož mají tyto trojúhelníky stejné úhly (45° u *křižovatky K*, 90° u *cesty C*, 45° u nory) a společnou stranu CK, tak jsou stejné. Vzdálenost opravdové nory od *křižovatky K* je tedy stejná jako vzdálenost pomyslné nory od *křižovatky K*.

Délku od pomyslné nory k mostu vypočítám pomocí Pythagorovy věty $x = \sqrt{1000^2 + (300 + 700)^2} = 1414{,}21\,\text{m}$

Délka mostu je $y = 10\,\text{m}$. Délku části pod řekou vypočítám pomocí Pythagorovy věty $z = \sqrt{500^2 + 500^2} = 707{,}11\,\text{m}$

Celkový čas: $t = \frac{s}{v} = \frac{x+y+z}{v} = \frac{1414{,}21+10+707{,}11}{3} = 710{,}44\,\text{s}$

Mimo cesty - modrá trasa

Protože Lucka nechce broděním řeky trávit ani o chvilku déle než je třeba, tak musí řeku brodit kolmo. Řekou půjde vzdálenost $y = 10\,\text{m}$.

Pro výpočet délky zbytku trasy si představím, že žádná řeka neexistuje. Pak vím, že doupě je 1200 m jižněji a 500 m východněji - pomocí Pythagorovy věty vím $x = \sqrt{1200^2 + 500^2} = 1300\,\text{m}$.

Tento výpočet vychází, protože když řeku vrátím, cesta bude pořád spojitá a delší pouze o 10 m, které Lucka brodí řekou.

Čas, který zabere přebrodění řeky: $t_1 = \frac{y}{v} = \frac{10}{0{,}2} = 50\,\text{s}$

Čas, který zabere zbytek trasy: $t_2 = \frac{x}{v} = \frac{1300}{2} = 650\,\text{s}$

Celkový čas: $t = t_1 + t_2 = 50 + 650 = 700\,\text{s}$

Kombinace cest i mimo ně

Tras kombinujících cestování po cestách i mimo ně existuje mnoho, ale pouze některé jsou smysluplné. Já jsem vybral trasu vedoucí na jih a pak na východ (červená) a trasu vedoucí na jih, která hned za mostem zatáčí a vede přímo k doupěti (oranžová).

Červená trasa

Délka červené trasy vedoucí po cestě je $x = 1210\,\text{m}$, mimo cesty je dlouhá $y = 500\,\text{m}$.

Čas, který zabere část po cestě: $t_1 = \frac{x}{v} = \frac{1210}{3} = 403{,}33\,\text{s}$

Čas, který zabere zbytek trasy: $t_2 = \frac{y}{v} = \frac{500}{2} = 250\,\text{s}$

Celkový čas: $t = t_1 + t_2 = 403{,}33 + 250 = 653{,}33\,\text{s}$

Oranžová trasa

Délka oranžové trasy vedoucí po cestě je $x = 710\,\text{m}$, délku mimo cesty vypočítám Pythagorovou větou $y = \sqrt{500^2 + 500^2} = 707{,}11\,\text{m}$.

Čas, který zabere část po cestě: $t_1 = \frac{x}{v} = \frac{710}{3} = 236{,}67\,\text{s}$

Čas, který zabere zbytek trasy: $t_2 = \frac{y}{v} = \frac{707{,}11}{2} = 353{,}56\,\text{s}$

Celkový čas: $t = t_1 + t_2 = 236{,}67 + 353{,}56 = 590{,}23\,\text{s}$

Ze všech tras, které jsem zatím vypočítal, vychází oranžová nejrychleji. Proto jsem ji také při opravování bral jako správnou odpověď. Jenže, jak zjistil jeden náš řešitel, tak existuje i trochu rychlejší trasa (růžová).

Růžová trasa

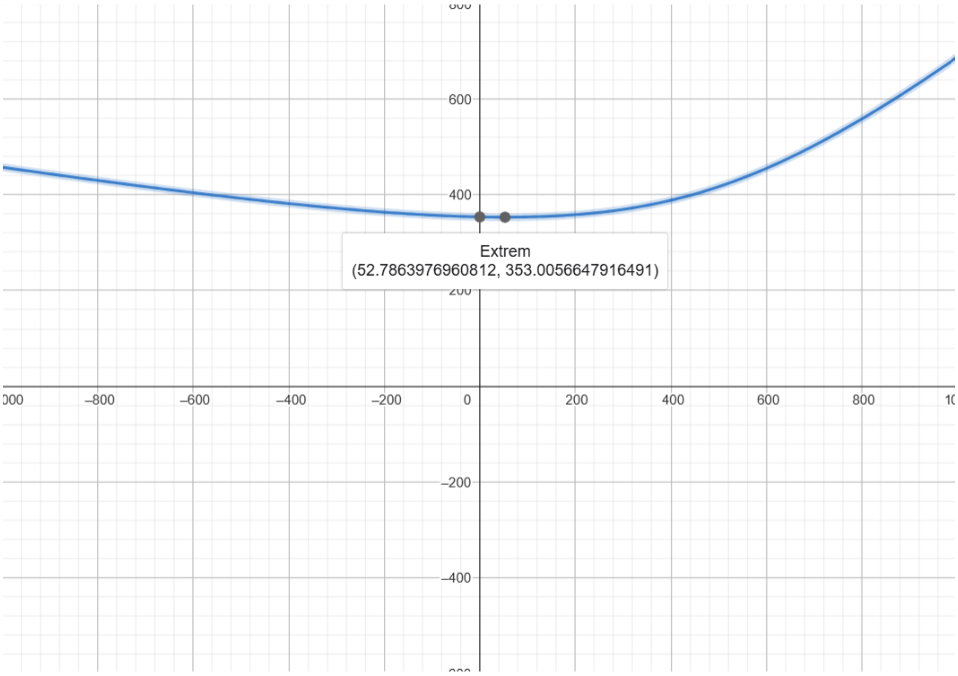
Tato trasa vede podobně jako oranžová, ale po cestě na jih pokračuje trochu déle. Čas, který zabere část trasy pod řekou, můžu vypočítat jako $\frac{x}{3} + \frac{\sqrt{500^2+(500-x)^2}}{2}$ přičemž x označuje, jak dlouho půjde Lucka po cestě ještě za mostem. Následně do tohoto výrazu dosadím všechna x od 0 do 500 a budu hledat pro jaké x vychází výraz nejmenší. K tomu můžu použít Excel nebo grafický kalkulátor (jako např. Geogebra), který jsem použil já. Ten nám pak řekne i přesný bod, pro který výraz vychází nejmenší, tedy pro které x je trasa nejrychlejší.

$x = 52{,}79\,\text{m}$

Čas, který zabere část po cestě: $t_1 = \frac{710+x}{v} = \frac{710}{3} = 254{,}26\,\text{s}$

Čas, který zabere zbytek trasy: $t_2 = \frac{\sqrt{500^2+(500-x)^2}}{2} = \frac{670{,}82}{2} = 335{,}41\,\text{s}$

Celkový čas: $t = t_1 + t_2 = 254{,}26 + 335{,}41 = 589{,}67\,\text{s}$



Nejrychlejší trasa je růžová, ale jako správné řešení jsem uznával i oranžovou.

Úloha 3B Kombinační čtverce jezevce Johana - starší

Pojďme jezevci Johanovi společně pomoci zjistit, jakou genetickou výbavu budou mít a jak budou vypadat různé experimenty, které s hrachem prováděl.

Podúloha i)

Johan se zaměřil na barvu květů (tento znak si označil písmenem A) a v prvním křížení sledoval rostlinu, která nesla dvě dominantní alely genu pro barvu (rostlina má fialovou barvu) a rostlinu, která nesla dvě recesivní alely genu pro barvu (rostlina má bílou barvu). Do čtverce jsme tedy zaznamenali křížení rostliny AA s rostlinou aa. Následně jsme vytvořili tzv. 1. filiální generaci (F1) a to zkřížením jedinců rodičovské, tedy parentální generace. V rámci křížení se uplatňuje systém úplné dominance.

kombinační čtverec generace P:

	A	A
a	Aa	Aa
a	Aa	Aa

genotypový štěpný poměr: 100 % Aa

fenotypový štěpný poměr: 100 % fialové květy

kombinační čtverec generace F1: *na obrázku je nejdříve generace P a poté F1*

	A	A
a	Aa	Aa
a	Aa	Aa

	A	a
A	AA	Aa
a	Aa	aa

genotypový štěpný poměr: 1:2:1 (25 % AA, 50 % Aa, 25 % aa)

fenotypový štěpný poměr: 3:1 (75 % fialové květy, 25 % bílé květy)

Podúloha ii)

Johan se zaměřil na šířku stonku (tento znak si označil písmenem B), v prvním křížení sledoval rostlinu, která nesla dvě dominantní alely genu pro šířku stonku (rostlina má široký stonek) a rostlinu, která nese dvě recesivní alely genu pro šířku stonku (rostlina má úzký stonek). Do čtverce tedy zaznamenáme křížení rostliny BB s rostlinou bb. Následně jsme vytvořili tzv. 1. filiální generaci (F1) a to zkřížením jedinců parentální generace. V rámci křížení se uplatňuje systém neúplné dominance.

kombinační čtverec generace P:

	B	B
b	Bb	Bb
b	Bb	Bb

genotypový štěpný poměr: 100 % Bb

fenotypový štěpný poměr: 100 % stonek střední šířky

kombinační čtverec generace F1: *na obrázku je nejdříve generace P a poté F1*

	B	B
b	Bb	Bb
b	Bb	Bb

	B	b
B	BB	Bb
b	Bb	bb

genotypový štěpný poměr: 1:2:1 (25 % AA, 50 % Aa, 25 % aa)

fenotypový štěpný poměr: 1:2:1 (25 % široký stonek, 50 % stonek střední šířky, 25 % úzký stonek)

Podúloha iii)

Johan se zaměřil na barvu květů (tento znak si označil písmenem A) a výšku vzrůstu rostliny (tento znak si označil písmenem B) dohromady. Sledoval rostlinu, která nese dvě dominantní alely genu pro barvu (fialová) a zároveň nesoucí dvě dominantní alely genu pro výšku rostliny (rostlina je vysoká) a rostlinu, která nese dvě recesivní alely genu pro barvu (bílá) a zároveň nesoucí jednu dominantní alelu genu pro výšku rostliny a jednu recesivní alelu téhož genu (rostlina je však stále vysoká, protože se dle zadání jedná o úplnou dominanci). Do čtverce tedy zaznamenáme křížení rostliny AABB s rostlinou aaBb, a to tak, že do horního řádku napíšeme kombinace AB, AB, AB, AB (v tomto případě jsou všechna políčka vyplněna stejně, protože v rámci křížení používáme vždy dominantní alelu genu pro barvu květu i genu pro výšku rostliny) a do levého sloupce napíšeme kombinace aB, ab, aB, ab (vycházíme z toho, že křížíme 2x první recesivní alelu genu pro barvu nejdříve s dominantní alelou genu pro výšku rostliny a poté s recesivní alelou genu pro výšku rostliny a následně obdobně 2x druhou recesivní alelu genu pro barvu nejdříve s dominantní alelou genu pro výšku rostliny a poté s recesivní alelou genu pro výšku rostliny). V rámci křížení se uplatňuje systém úplné dominance.

kombinační čtverec:

	AB	AB	AB	AB
aB	AaBB	AaBB	AaBB	AaBB
ab	AaBb	AaBb	AaBb	AaBb
aB	AaBB	AaBB	AaBB	AaBB
ab	AaBb	AaBb	AaBb	AaBb

genotypový štěpný poměr: 1:1 (50 % AaBB, 50 % AaBb)

fenotypový štěpný poměr: 100 % fialové květy, vysoký vzrůst

Podúloha iv)

Johan se zaměřil na velikost listů (tento znak si označil písmenem A) a tvar listů rostliny (tento znak si označil písmenem B) dohromady. Sledoval rostlinu, která nese dvě dominantní alely genu pro velikost listů (velké listy) a zároveň nese dvě dominantní alely genu pro tvar listů (vroubkované listy) a rostlinu, která nese dvě recesivní alely genu pro velikost listů (malé listy) a zároveň nese jednu dominantní alelu genu pro tvar listů a jednu recesivní alelu téhož genu (na jedné rostlině jsou jednak listy vroubkované, jednak listy celokrajné, protože se jedná o kodominanci). Do čtverce zaznamenáme křížení rostliny AABB s rostlinou aaBb a to tak, že do horního řádku napíšeme kombinace AB, AB, AB, AB (v tomto případě jsou všechna políčka vyplněna stejně, protože v rámci křížení používáme vždy dominantní alelu genu pro velikost listů i genu pro tvar listů rostliny) a do levého sloupce napíšeme kombinace aB, ab, aB, ab (vycházíme z toho, že křížíme 2x první recesivní alelu genu pro velikost listů nejdříve s dominantní alelou genu pro tvar listů rostliny a poté s recesivní alelou genu pro tvar listů rostliny a následně obdobně 2x druhou recesivní alelu genu pro velikost listů nejdříve s dominantní alelou genu pro tvar listů a poté s recesivní alelou genu pro tvar listů rostliny). V rámci křížení se uplatňuje systém kodominance.

kombinační čtverec:

	AB	AB	AB	AB
aB	AaBB	AaBB	AaBB	AaBB
ab	AaBb	AaBb	AaBb	AaBb
aB	AaBB	AaBB	AaBB	AaBB
ab	AaBb	AaBb	AaBb	AaBb

genotypový štěpný poměr: 1:1 (50 % AaBB, 50 % AaBb)

fenotypový štěpný poměr: 1:1 (50 % malé a velké listy na jedné rostlině + vroubkované listy, 50 % malé a velké listy na jedné rostlině + vroubkované a celokrajné listy na jedné rostlině)

Nyní znáš základy dědičnosti i zákonitosti, podle kterých se řídí a můžeš se doma směle pustit do pěstování vlastních rostlinek!