

Kategorie mladší

Úloha 1A Pavoučí přezůvky

Obutý Patrik váží 82 mg, zatímco obutá Pavlína 66 mg. Neobutí pavoučci váží stejně, to znamená, že Patrikovy boty jsou o $82 - 66 = 16$ mg těžší. Patrikovy boty jsou dvakrát těžší než Pavlíniny, tedy: Patrikovy boty = Pavlíniny boty * 2 což také lze zapsat jako: Patrikovy boty = Pavlíniny boty + Pavlíniny boty Spočítali jsme, že: Patrikovy boty = Pavlíniny boty + 16 Pavlíniny boty tedy váží 16 mg. Pavlína má osm bot, jedna bota váží $16 / 8 = 2$ mg. Patrikovy boty jsou dvakrát těžší než Pavlíniny, takže váží $16 * 2 = 32$ mg a jedna bota váží $32 / 8 = 4$ mg. Pavlína váží $66 - 16 = 50$ mg a Patrik váží stejně. Pro kontrolu můžeme jeho hmotnost můžeme spočítat $82 - 32 = 50$ mg.

Úloha 2A Pištiné piškvorky

První, co by nás mohlo napadnout, je zaplnit jednu polovinu rádků křížky a druhou polovinu kolečky. Takto dostane každá myška právě 4 kousky sýra:

X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X
O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O
O	O	O	O	O	O	O	O

Můžeme si ale všimnout, že v každém řádku potřebujeme jenom šest koleček nebo křížků. Tyto místa bychom mohli využít na další šestice, které tentokrát budou ve sloupcích:

X	X	X	X	X	X	O	O
X	X	X	X	X	X	O	O
X	X	X	X	X	X	O	O
X	X	O	O	O	O	O	O
X	X	O	O	O	O	O	O
X	X	O	O	O	O	O	O
X	X	O	O	O	O	O	O

Takto získá každá myška dva kousky sýra za vzniklé sloupce, a další kousek za diagonálu, která se nám tam "omylem" objevila. Každá myška tedy dostane celkově 7 kousků sýra.

Více sýra už získat nemohou, protože kdykoliv přidáme nějakou šestici, museli bychom odebrat jinou šestici, aby pro novou bylo místo.

Úloha 3A Karetní

3A i) Jediná barva, kterou by Aleš mohl štych sebrat, jsou srdce – hodnoty ostatních Alešových karet jsou příliš nízké. Dále můžeme vypořizovat, že štych, který Aleš vezme, nezahájí Dalibor, protože na srdcovou jedničku může Aleš odpovědět trojkou, kterou ostatní zvířátka přebijí.

Ted' k průběhu hry. Aleš vynesl pikovou dvojku, Bedřich bude pokračovat pikovou trojkou nebo čtyřkou, Cecilka musí odpovědět pikovou pětkou nebo sedmičkou a Dalibor vezme štych pikovou osmičkou (nebo teoreticky šestkou, jestliže Cecilka zahrála pětku). Aby Aleš vzal štych, měla by Cecilka zahrát pětku a Dalibor osmičku. Proč? Popřemýšlejme nad dalším tahem.

Dalibor každopádně začíná a potřeboval by, aby štych sebral Bedřich nebo Cecilka. Srdce ještě použít nemůže, protože Aleš by zahrál pětku, tu by přebil už Bedřich a už by nebylo, čím by Aleš nějaký štych vzal. (Další srdcový štych by bral Bedřich a třetí srdcový štych nemá kdo začít.) Křížový štych by opět sebral Dalibor, to by bylo k ničemu a totéž platí i pro káry. Zbývají piky. Jediný, kdo kromě Dalibora může piky sebrat, je Cecilka, a to právě tehdy, zahrála-li v prvním kole pětku a Dalibor osmičku.

Druhý štych zahajuje Dalibor s pikovou šestkou. Aleš musí dát pikovou jedničku, Bedřich trojku nebo čtyřku (podle toho, co mu zbylo) a štych bere Cecilka pikovou sedmičkou.

Štych zahajuje Cecilka. Na srdcovou dvojku by Aleš mohl dát trojku a Bedřich by musel přebíjet, proto Cecilka raději použije srdcovou sedmičku. Dalibor musí dát srdcovou jedničku, Aleš je nucen použít srdcovou osmičku a tu už Bedřich nemůže přebít. Dá srdcovou čtyřku nebo šestku a nechá Aleše vzít štych.

3A ii) Alešovou problematickou barvou jsou srdce, bude tedy nejspíš nejlepší zbavit se těch. Ale které karty? Osmičky určitě ne, to by Aleš vzal hned první štych. Trojku je zbytečné vyhazovat, tu vždycky může přebít Bedřich. Takže zbývá srdcová pětka. Proč ta bude fungovat?

Pikovou kartou Aleš štych vzít nemůže, má dvě nejnižší piky vůbec a totéž platí i pro kříže. Károu také ne, má jen jedničku. Začne-li srdcovou pětkou, zbaví tím Bedřicha srdcové šestky a Cecilku sedmičky. Jediný způsob, jak donutit Aleše vynést srdcovou osmičku, je vynesení Bedřichovy čtyřky. Ale Bedřich nikdy štych nezahájí, protože má všechny piky, káry i kříže stejně početné a nižších hodnot než Cecilka, které Bedřich vždycky přebije.

3B i) Kterou barvou by Aleš mohl vzít štych? Křížů se zbavil, káry a srdce má mezi zvířátky jen ty nejnižší. Jak Aleše donutit vzít štych pikovou trojkou, když Bedřich i Cecilka mají vyšší piky? Cecilka se své pikové osmičky bude muset zbavit a Bedřich zahájí štych pikovou jedničkou. Bedřich má čtyři pikové karty vyšší než je Alešova piková karta a nemůže se zbavit všech, aniž by se Aleš zbavil svojí trojky. (Bedřich se může karet mimo barvu štychu zbavovat jen při kárách. Má dvě srdce a Cecilka ani Dalibor víc srdcí nemají a při křížích by se piků zbavil i Aleš.)

Potřebujeme tedy, aby Bedřich sebral nějaký štych. Určitě ho nesebere pikami, to by zvířátka prohrála, musí ho sebrat srdci. Bohužel, Cecilka má srdcovou osmičku, která Bedřichova srdce přebije, musí se jí tedy zbavit. Musíme Cecilku jejího srdce zbavit. Toho lze dosáhnout jedině skrze káry, kterých má Dalibor více než Cecilka.

Teď k průběhu hry. Druhý štych začíná Dalibor. Chceme tři kárové štychy. Cecilka má károvou osmičku, první kárový štych určitě vezme. To není problém, ale je třeba pamatovat na to, že další štych pak musí nechat Daliborovi. Ten proto začne károvou čtyřkou nebo pětkou. Aleš dá některou svojí károvou kartu, Bedřich pikovou sedmičku, Cecilka károvou osmičku.

Začíná Cecilka. Vynese károvou šestku, Dalibor přebije sedmičkou, Aleš dá libovolnou káru, Bedřich pikovou šestku.

Začíná Dalibor. Vynese károvou čtyřku (nebo pětku), Aleš dá poslední károvou kartu, Bedřich pikovou pětku a Cecilka se konečně zbaví srdcové osmičky. Dalibor bere štych.

Začíná Dalibor. Chce přihrát štych Bedřichovi, proto vynese srdcovou pětku. Aleš dá libovolné srdce, Bedřich srdcovou sedmičku. Cecilka už nemá srdcovou osmičku, může se tedy zbavit libovolné karty. Nutně potřebuje dát pryč pikovou osmičku, zahraje tedy tu.

Začíná Bedřich. Zahraje pikovou jedničku. Cecilka piky nemá, předchozího kola se jich zbavila a zahraje jakoukoliv kartu. Dalibor musí zahrát pikovou dvojku. Aleš je nucen zahrát pikovou trojku a tím bere štych.

3B ii) Aleš sebral štych pikovou trojkou, tato karta je pro jeho vítězství ve hře ohrožující. Začne tedy pikovou trojkou. Proč to bude fungovat? Srdci ani kárami štych vzít nemůže, má mezi zvířátky jen ty nejnižší. Kříži štych nevezme kvůli Daliborovi. Ten má dva kříže vyšší než Aleš, a zbytek barev v (téměř) stejném složení jako Aleš. Jakmile by se Dalibor mohl zbavit svojí křížové osmy, Aleš by se mohl zbavit svojí křížové pětky.

Kategorie starší

Úloha 1B Chameleoní lov

Chrudošův jazyk se skládá ze čtyř půlkružnic a jedné úsečky. Tyto půlkružnice mají po řadě průměry 2, 4, 6 a 8 cm, protože první půlkružnice má průměr 2 cm a každá další má průměr o 2 cm delší. Poloměry těchto kružnic tedy jsou 1, 2, 3 a 4 cm. Obvod kružnice lze spočítat pomocí vzorečku $o = 2 \times \pi \times r$, tedy obvod půlkružnice pomocí vzorečku $o = \pi \times r$. Délku celého jazyka tedy spočítáme jako součet délek těchto půlkružnic a rovné části jazyka o délce 2 cm, tedy $\pi + 2 \times \pi + 3 \times \pi + 4 \times \pi + 2 = 10 \times \pi + 2 \doteq 33,416$ cm.

Úloha 2B Telefon

Program by mohl vypadat třeba takto:

```
pamet=0,
opakuj(
    kdyz (proud=1)
        pak (pamet+1)
        jinak (
            kdyz (pamet>39)
                pak (
                    kdyz (pamet<62)
                        pak (impulz)
                        jinak ()
                    )
                jinak (),
            pamet=0
        ),
    pockej (1)
)
```

Na začátku si program nastaví paměť na nulu, podobně, jako si seřizujeme stopky. Poté jednoduše počítá, jak dlouho je proud zapnutý (pokud teče proud, přidá k paměti jedna, jinak nastaví paměť zase na 0, pak počká 1ms). "pamet<62" místo "pamet<61" je zde proto, že program se může trefit i do začátku hovoru, kdy ještě žádná milisekunda neuplynula.

Vždy, když je proud vypnutý, program zkontroluje jestli proud byl zapnutý na dobu mezi 40ms - 60ms (hodnota v paměti je mezi 40 a 60). Pokud ano, tak vyšle příkaz impulz. V opačném případě nic neudělá, protože elektrický signál byl buď moc krátký, nebo moc dlouhý (sluchátko je vyvěšené).

Úloha 3B Karetní

3A i) Jediná barva, kterou by Aleš mohl štých sebrat, jsou srdce – hodnoty ostatních Alešových karet jsou příliš nízké. Dále můžeme vyzorovat, že štých, který Aleš vezme, nezahájí Dalibor, protože na srdcovou jedničku může Aleš odpovědět trojkou, kterou ostatní zvířátka přebijí.

Ted'k průběhu hry. Aleš vynesl pikovou dvojku, Bedřich bude pokračovat pikovou trojkou nebo čtyřkou, Cecilka musí odpovědět pikovou pětkou nebo sedmičkou a Dalibor vezme štých pikovou osmičkou (nebo teoreticky šestkou, jestliže Cecilka zahrála pětku). Aby Aleš vzal štých, měla by Cecilka zahrát pětku a Dalibor osmičku. Proč? Popřemýšlejme nad dalším tahem.

Dalibor každopádně začíná a potřeboval by, aby štých sebral Bedřich nebo Cecilka. Srdce ještě použít nemůže, protože Aleš by zahrál pětku, tu by přebil už Bedřich a už by nebylo, čím by Aleš nějaký štých vzal. (Další srdcový štých by bral Bedřich a třetí srdcový štých nemá kdo začít.) Křížový štých by opět sebral Dalibor, to by bylo k ničemu a totéž platí i pro káry. Zbývají piky. Jediný, kdo kromě Dalibora může piky sebrat, je Cecilka, a to právě tehdy, zahrála-li v prvním kole pětku a Dalibor osmičku.

Druhý štých zahajuje Dalibor s pikovou šestkou. Aleš musí dát pikovou jedničku, Bedřich trojku nebo čtyřku (podle toho, co mu zbylo) a štých bere Cecilka pikovou sedmičkou.

Štých zahajuje Cecilka. Na srdcovou dvojku by Aleš mohl dát trojku a Bedřich by musel přebíjet, proto Cecilka raději použije srdcovou sedmičku. Dalibor musí dát srdcovou jedničku, Aleš je nucen použít srdcovou osmičku a tu už Bedřich nemůže přebít. Dá srdcovou čtyřku nebo šestku a nechá Aleše vzít štých.

3A ii) Alešovou problematickou barvou jsou srdce, bude tedy nejspíš nejlepší zbavit se těch. Ale které karty? Osmičky určitě ne, to by Aleš vzal hned první štých. Trojku je zbytečné vyhadzovat, tu vždycky může přebít Bedřich. Takže zbývá srdcová pětku. Proč ta bude fungovat?

Pikovou kartou Aleš štých vzít nemůže, má dvě nejnížší piky vůbec a totéž platí i pro kříže. Károu také ne, má jen jedničku. Začne-li srdcovou pětkou, zbaví tím Bedřicha srdcové šestky a Cecilku sedmičky. Jediný způsob, jak donutit Aleše vynést srdcovou osmičku, je vynesení Bedřichovy čtyřky. Ale Bedřich nikdy štých nezahájí, protože má všechny piky, káry i kříže stejně početné a nižších hodnot než Cecilka, které Bedřich vždycky přebije.

3B i) Kterou barvou by Aleš mohl vzít štých? Křížů se zbavil, káry a srdce má mezi zvířátky jen ty nejnížší. Jak Aleše donutit vzít štých pikovou trojkou, když Bedřich i Cecilka mají vyšší piky? Cecilka se své pikové osmičky bude muset zbavit a Bedřich zahájí štých pikovou

jedničkou. Bedřich má čtyři pikové karty vyšší než je Alešova piková karta a nemůže se zbavit všech, aniž by se Aleš zbavil svojí trojky. (Bedřich se může karet mimo barvu štychu zbavovat jen při kárách. Má dvě srdce a Cecilka ani Dalibor víc srdcí nemají a při křížích by se piků zbavil i Aleš.)

Potřebujeme tedy, aby Bedřich sebral nějaký štych. Určitě ho nesebere pikami, to by zvířátka prohrála, musí ho sebrat srdci. Bohužel, Cecilka má srdcovou osmičku, která Bedřichova srdce přebije, musí se jí tedy zbavit. Musíme Cecilku jejího srdce zbavit. Toho lze dosáhnout jediné skrze káry, kterých má Dalibor více než Cecilka.

Ted' k průběhu hry. Druhý štych začíná Dalibor. Chceme tři kárové štychy. Cecilka má károvou osmičku, první kárový štych určitě vezme. To není problém, ale je třeba pamatovat na to, že další štych pak musí nechat Daliborovi. Ten proto začne károvou čtyřkou nebo pětkou. Aleš dá některou svojí károvou kartu, Bedřich pikovou sedmičku, Cecilka károvou osmičku.

Začíná Cecilka. Vynese károvou šestku, Dalibor přebije sedmičkou, Aleš dá libovolnou káru, Bedřich pikovou šestku.

Začíná Dalibor. Vynese károvou čtyřku (nebo pětku), Aleš dá poslední károvou kartu, Bedřich pikovou pětku a Cecilka se konečně zbaví srdcové osmičky. Dalibor bere štych.

Začíná Dalibor. Chce přihrát štych Bedřichovi, proto vynese srdcovou pětku. Aleš dá libovolné srdce, Bedřich srdcovou sedmičku. Cecilka už nemá srdcovou osmičku, může se tedy zbavit libovolné karty. Nutně potřebuje dát pryč pikovou osmičku, zahraje tedy tu.

Začíná Bedřich. Zahraje pikovou jedničku. Cecilka piky nemá, předchozího kola se jich zbavila a zahraje jakoukoliv kartu. Dalibor musí zahrát pikovou dvojku. Aleš je nucen zahrát pikovou trojku a tím bere štych.

3B ii) Aleš sebral štych pikovou trojkou, tato karta je pro jeho vítězství ve hře ohrožující. Začne tedy pikovou trojkou. Proč to bude fungovat? Srdci ani kárami štych vzít nemůže, má mezi zvířátka jen ty nejnižší. Kříži štych nevezme kvůli Daliborovi. Ten má dva kříže vyšší než Aleš, a zbytek barev v (téměř) stejném složení jako Aleš. Jakmile by se Dalibor mohl zbavit svojí křížové osmy, Aleš by se mohl zbavit svojí křížové pětky.