Kategorie mladší

Úloha 1A Daňová

Vydra nakoupila dřevo od firmy za 1000 JC, musí k tomu ještě splatit lví daň, která činí 20% z částky - 200 JC. Vydra dohromady zaplatila 1200 JC.

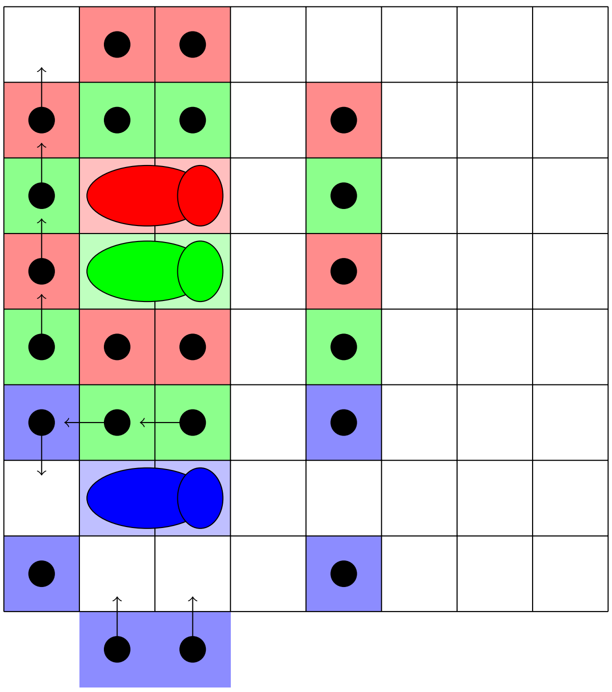
Původně by Věra prodala mroži dřevo za 2000 JC, nakoupila za 1200 JC. Mrož by navíc zaplatil také daň 400 JC (20% z 2000), zaplatil by tedy 3400 JC a vydra by na tomto prodeji získala 800 JC ($2000 - 1200$).

Podle mrože by mu vydra prodala dřevo za 1950 JC a připočetla peníze na Lví daň za tento obchod, tedy 390 JC (20% z 1950), dohromady tedy 2340 JC. Vydra by si tímto prodejem vydělala 1140 JC ($2340 - 1200$). Nesmíme ale zapomenout, že vydra je teď také plátcem daně. Protože u firmy Bobr a Bobr už zaplatila daň 200 JC, může si ji odečíst ze své daně, která činí 390 JC. Zaplatí pouze daň 190 JC. Daň odečteme ze zisku a vyjde nám $1140 - 190 = 950$ JC.

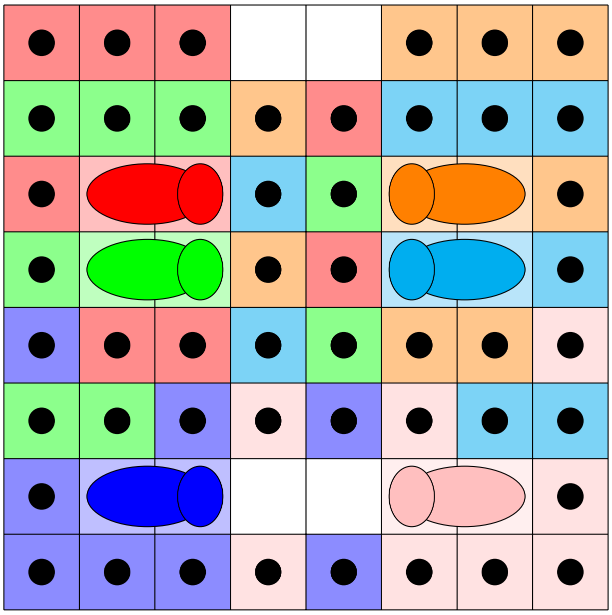
Závěrem je, že vydra na mrožovu návrhu vydělá. Jako neplátce daně by vydělala 800 JC, ale jako plátce daně získá 950 JC. Celkově si vydra Věra přilepší o 150 JC a mistr Mrož ji za fousiska rozhodně netahá.

Úloha 2A Pavoučí twister

Nejdříve se podívejme, kolik se nejvíce pavouků na tabulku vejde. $8 \cdot 8 = 64$ čtverečků. Na pavouka (nohy, bříško a hlavička) je potřeba 10 čtverečků. Tedy $\lfloor \frac{64}{10} \rfloor = 6$ celých pavouků. Postavme je vedle sebe na půlku tabulky a ukliďme jim nožičky, aby po sobě nešlapali. Stejně umístíme pavouky na druhou polovinu tabulky. Způsobů, jak pavouky na tabulku poskládat je samozřejmě více, zde uvádíme jeden, který slouží jako příklad správného pavoučího uspořádání v rámci tabulky.



Obrázek 1: Poklízení pavoučků.



Obrázek 2: Plně zaplněný prostor.

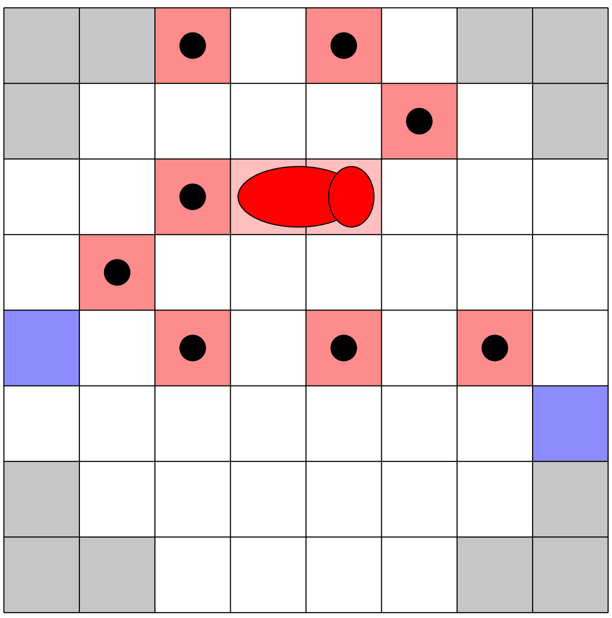
A kolik nám stačí nejméně?

Možností, jak poskládat nožičky je opravdu hodně. Můžeme si ale pomoci tím, že budeme hledat, zda je do prostoru možné umístit tělíčko dalšího pavouka. Bříško a hlavička zabírají vždy dvě sousedící pole. Můžeme si tedy představit dvoubarevnou šachovnici, kde každý pavouk leží tělíčkem na jednom bílém a jednom černém (tady modré, aby se mi lépe kreslilo) čtverečku.

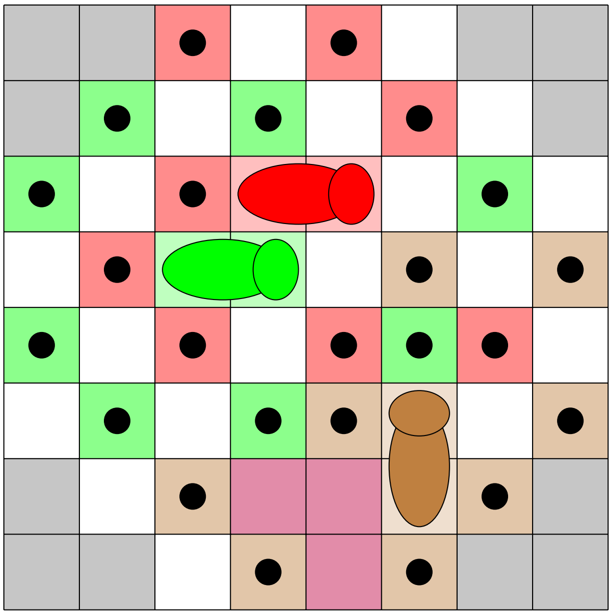
Za prvé si všimněme, že pokud bychom chtěli posadit pavouka hlavičkou těsně k okraji twisterové tabulky, nevměstnáme na ni jeho dvě přední nožičky. Pokud mu dáme na okraj bříško, zadní nožičky musí umístit hned nalevo a napravo vedle sebe a druhé zadní nožičky nikdy neposune blíže k sobě než na druhé políčko. Na šířku bude proto zabírat nejméně 5 čtverečků a tělíčko pavouka se tak nikdy nedostane na tři čtverečky v každém rohu tabulky.

Když postavíme prvního pavouka na naši pomyslnou šachovnici, všimněme si, že nám zůstal volný modrý čtvereček na každé straně šachovnice. Tak daleko se žádný pavouk nenatáhne, potřebujeme ještě dva.

A jak vidíme na posledním obrázku, tři pavouci nám bohatě stačí. Zůstal nám sice jeden volný modrý čtvereček, fialový ani modrý pavouk tam ale svá tělíčka nevměstnají. Překáží jim v tom žlutý pavouk.



Obrázek 3: Jeden pavouček při minimalizaci.



Obrázek 4: Tři pavoučci při minimalizaci.

Úloha 3A Čmeláčí čísla

Čmelák Čmelda převedl čísla 7, −14, 0,309, 139000000, −0,00000477, −100999999999 a 0,000101895 na +50 7, −51 14, +49 309, +58 139, −44 477, −61 100 a +46 101. Hlavní výhodou je kratší zápis daného čísla. Nevýhodou je však velmi nepřesný zápis, který je složitý na přečtení. Dále pokud při posouvání desetinné čárky musíme posunout o více než 50 desetinných míst do obou směrů, nebude možné zkrácené číslo zapsat. Bylo by velmi náročné počítat s čísly v novém zápisu, tudíž by se musely před jakýmikoli výpočty převést zpět do klasického zápisu. Čmeláci často používají číslo pí, které lze nejlépe vyjádřit jako +50 314. Takovýto zápis je však nepřesný, jelikož pí je iracionální číslo.

Úloha 4A Šipkové bludiště

Máme jistotu právě jedné cesty k cíli, nicméně robot předem netuší, kde je, prochází a zkoumá políčka z počátku „naslepo". Možných cest, kudy se může vydat, je ale konečné množství – takže pokud zvládne nějak projít všechny, aniž by po cestě začal bloudit, určitě cíl najde.

Jak ale musí procházet libovolnou tabulkou, aby vždy prošel všechny možnosti a nezabloudil? Řešení by náš Úhoř Ulrich mohl najít určitě více, ale ukážeme si jedno z nich, které určitě bude fungovat – a proč.

Myš( )lenka

Představme si teď na chvíli tabulku s šipkami jako bludiště a našemu robotovi dáme do chňapadla veliké klubíčko s provázkem, které bude motat, aby se v něm neztratil. Když půjde směrem po šipkách, bude klubíčko rozmotávat, půjde-li po něm nazpět, namotá nit zpátky do klubka.

Ukážeme si, že robot může projít všechna dostupná políčka bludiště (včetně cíle) tak, že každé z nich navštíví po směru konečně krát. Stačí, když začneme v levém horním rohu a rozlišíme dvě možnosti:

1. Robot vstoupil na políčko po směru šipky. Zjistí, jaká šipka z tohoto políčka ukazuje na políčko umístěné nejvýše a na něj se vydá. (Tedy postupně, pokud z políčka vede šipka doprava, vydá se doprava, jinak se podívá šikmo vpravo dolů a nevede-li cesta ani tudy, ale vede-li šipka směrem dolů, vydá se dolů.) Dojde-li náš robot do slepé uličky, vrací se po niti zpět.
2. Robot vstoupil na políčko proti směru šipky. Při této možnosti rozezná, odkud se na políčko vrací proti směru šipek (z předchozího políčka směrem doleva, šikmo zleva dole, kolmo zespodu). Následně se pokusí vydat směrem (když může) po šipce ukazující na nejvýše položené políčko pod tím, které zrovna opustil. Pokud žádné takové políčko neexistuje, vrací se po niti zpět.

Proč tímto způsobem projdeme všechna po šipkách dostupná políčka?

Inu, představme si nějaké políčko dostupné po šipkách, ale nedostupné postupem, co používá náš robot. Říkejme mu třeba „fň". A vyberme si „fň" tak, že je dostupné z jiného políčka zvaného „mň", které robot navštíví.

Kdybychom nějaké takové „fň" uměli najít, muselo by to znamenat, že se robot z onoho navštíveného políčka „mň" alespoň jednou někudy po šipce vydal, ale už se z ní nazpět nikdy nevrátil. Nebo-li, že by někde nekonečně bloudil, případně mezitím dorazil do cíle – pak nám to samozřejmě nevadí.

Aby žádné takové políčko „fň" neexistovalo, potřebujeme tedy ukázat, že se robot nebude nikde s klubíčkem „motat" donekonečna. K tomu si pomůžeme úvahou:

Jde-li robot dopředu, dělá tři možná rozhodnutí.
0: jde doprava
1: jde šikmo dolů doprava
2: jde dolů

Když se nad tím trochu zamyslíme, úplně jakákoli povolená cesta bludištěm ze startu jde popsat čísly 0, 1 a 2 jdoucími za sebou. A protože niť rozmotáváme po směru šipek a proti směru naopak namotáváme, tak nám niť vždy pokrývá nějakou takovou povolenou cestu.

Zpočátku půjde podle našich pravidel robot pouze po směru šipek tak, že bude volit rozhodnutí s nejnižším číslem (jsou seřazeny od nejvýše ukazující šipku po nejníže). Jeho cesta pokrytá nití z klubíčka při vchodu do první slepé uličky může vypadat např. takto: 0, 1, 0, 0, 2, 0, 0 (= doprava, šikmo dolů doprava, doprava, doprava, dolů, doprava, doprava)

Protože dorazil do slepé uličky, bude se muset vrátit do nejbližšího políčka, ze kterého vedly alespoň dvě šipky – a vydá se níže – tedy se nějaké číslo vlevo od posledního zvýší.

Např. bude tedy teď nit rozmotaná po cestě: 0, 1, 0, 1 (doprava, šikmo dolů doprava, doprava, šikmo dolů doprava)

Tím ovšem znemožníme jakoukoli shodně očíslovanou cestu, kterou už jsme dříve navštívili. Proč? To by musela nit od počátku pokrývat posloupnost 0, 1, 0, 0. Nižší číslo na poslední pozici nezískáme bez toho, abychom zvýšili nějaké číslo vlevo od něj – protože vracíme-li se po niti zpět, můžeme se poté vydat jedině dál nazpět po niti (a namotat ji, což nám posloupnost pouze zkrátí), nebo nit rozmotávat jinudy, směrem níže, než při poslední návštěvě políčka (číslo v posloupnosti dříve se zvýší).

Robot tak bude znova směle pokračovat znova po šipkách vpřed, dokud jej nějaká slepá ulička nezastaví. Možná dorazí i do té stejné, jen odlišnou cestou. A tak bude pokračovat, dokud všechny postupem dostupné slepé uličky neprozkoumá. Protože počet všech možných cest je konečný a jak vidíme, robot žádnou neprojde dvakrát, žádné políčko jako „fň" neexistuje. Leckterý úhoř-průzkumník by nám mohl závidět – náš robot nikdy nezačne bloudit.

Ulrichův robot tak umí projít všechna políčka, a tedy vždy dojde do cíle. A protože jeho klubko začíná na startu a motal z něj nit až do cíle, kdokoli další může nit následovat a dostat se do cíle taky.

Postup

V ukázkovém řešení budeme instrukce pro robota mnohokrát do sebe „vnořovat". Pro přehlednost tak budeme značit bloky instrukcí robota a příslušnou otázku s pokyny takto:

```
Pokud (otázka, na kterou lze odpovědět ano/ne), potom když ano:
{
     hezké instrukce pro robota :)
}
jinak:
{
     jiné, leč neméně hezké instrukce pro robota :)
}
```

Případně

```
Opakuj, dokud je odpověď ano/ne (otázka):
{
     hezké instrukce pro robota, které nesmí ublížit člověku ani úhoři :)
     robot má lidi i úhoře rád.
}
```

Motání klubka nití nahradí ukládání a mazání políček z řady Ř. Komentáře označené # na začátku textu robot nevidí, ale vám, milí čtenáři, mohou posloužit k lepšímu pochopení. Všechny pokyny zapíšeme na papír a můžeme si i představit, že je robot bude postupně číst a řídit se jimi. Obsah papíru:

```
#Začínáme rozmotávat nit na startu.
Zapamatuj si aktuální políčko a ulož ho do řady Ř;
#Pochodujeme po bludišti, dokud nejsme v cíli.
#Každé jedno opakování je v podstatě jeden krok robota po bludišti.
Opakuj, dokud je odpověď ne (Jsem v cíli?):
    #Nejdříve se pokusíme zjistit, jestli se vracíme zpět (možnost 2) nebo jdeme po směru (možnost 1)
    #Možnost 2 - šli jsme proti směru
    Pokud (Je předchozí políčko vpravo?), potom když ano:
        #U každého návratu se pokusíme zjistit, které další níže položené políčko můžeme navštívit
        Pokud (Vede z aktuálního políčka šipka šikmo vpravo dolů?) potom když ano:
            #Přesouváme se a rozmotáváme nit z klubka
            Přesuň se šikmo vpravo dolů;
            Zapamatuj si aktuální políčko a ulož ho do řady Ř;
        jinak:
            Pokud (Vede z aktuálního políčka šipka dolů?) potom když ano:
                Přesuň se dolů;
                Zapamatuj si aktuální políčko a ulož ho do řady Ř;
            #Žádná další povolená cesta nižším směrem neexistuje, motáme nit do klubka zpět.
            jinak:
                Smaž poslední pozici v řadě Ř;
                Přejdi na poslední políčko v řadě Ř;
    jinak:
        Pokud (Je předchozí políčko šikmo vpravo dole?) potom když ano:
            Pokud (Vede z aktuálního políčka šipka dolů?) potom když ano:
                Přesuň se dolů;
                Zapamatuj si aktuální políčko a ulož ho do řady Ř;
            jinak:
                Smaž poslední pozici v řadě Ř;
                Přejdi na poslední políčko v řadě Ř;
        jinak:
            #Níže položené políčko, než směrem přímo dolů už nenajdeme, vracíme se.
            Pokud (Je předchozí políčko dole?) potom když ano:
                Smaž poslední pozici v řadě Ř;
                Přejdi na poslední políčko v řadě Ř;
            #Možnost 1 - zjistili jsme, že jsme na políčko dorazili po směru šipek
            jinak:
                #Postupně zkoušíme vyjít na nejvýše položené dostupné políčko
                Pokud (Vede z aktuálního políčka šipka doprava?) potom když ano:
                    Přesuň se doprava;
                    Zapamatuj si aktuální políčko a ulož ho do řady Ř;
                jinak:
                    Pokud (Vede z aktuálního políčka šipka šikmo vpravo dolů?) potom když ano:
                        Přesuň se šikmo vpravo dolů;
                        Zapamatuj si aktuální políčko a ulož ho do řady Ř;
                    jinak:
                        Pokud (Vede z aktuálního políčka šipka dolů?) potom když ano:
                            Přesuň se dolů;
                            Zapamatuj si aktuální políčko a ulož ho do řady Ř;
                        #Tady již víme, že jsme dorazili do slepé uličky, vracíme se zpět.
                        jinak:
                            Smaž poslední pozici v řadě Ř;
                            Přejdi na poslední políčko v řadě Ř;
```

Úloha 5A Koláče

Za prvé si musíme uvědomit, kolik koláčů potřebují. Připravili celkem dvanáct plných táců koláčů, takže vyrobili 144 koláčů ($12 \cdot 12$). Také si musíme uvědomit, že Honzík vyrobil někdy pouze část koláče a jelikož se těsto dá spojit, tak ho Lukáš přidal ke svému rozdělanému koláči, neztráceli tedy vůbec žádný čas.

Nejprve si určíme dobu, za kterou kdo co vyrobí.

Jméno	$\frac{1}{5}$ doby	$\frac{2}{5}$ doby	$\frac{3}{5}$ doby	$\frac{4}{5}$ doby	1 doba
Sára	1	2	3	4	5
Lukáš	0,6	1,2	1,8	2,4	3
Honza	0,4	0,8	1,2	1,6	2

Z tabulky zjistíme, že vždycky po sečtení části koláče od Lukáše a části koláče od Honzy dostaneme celé číslo. Tímto způsobem můžeme vypočítat, kolik dob jim trvalo, než připravili všechny koláče. Vždycky nám po sečtení musí vyjít násobek dvanácti.

$$\begin{aligned}
1 \text{ doba} + \frac{1}{5} \text{ doby} &\implies 12 \text{ koláčů} &&\implies 1 \text{ doba} + \frac{1}{5} \text{ doby}\\
\frac{4}{5} \text{ doby} + \frac{2}{5} \text{ doby} &\implies 24 \text{ koláčů} &&\implies 2 \text{ doby} + \frac{2}{5} \text{ doby}\\
\frac{3}{5} \text{ doby} + \frac{3}{5} \text{ doby} &\implies 36 \text{ koláčů} &&\implies 3 \text{ doba} + \frac{3}{5} \text{ doby}\\
\frac{2}{5} \text{ doby} + \frac{4}{5} \text{ doby} &\implies 48 \text{ koláčů} &&\implies 4 \text{ doba} + \frac{4}{5} \text{ doby}\\
\frac{1}{5} \text{ doby} + 1 \text{ doba} &\implies 60 \text{ koláčů} &&\implies 6 \text{ dob}
\end{aligned}$$

V každém řádku potřebujeme, aby nám součet daných hodnot vyšel 1 doba a $\frac{1}{5}$ doby. V prvním řádku nám zbydou $\frac{4}{5}$ doby, které v druhém řádku přičítáme s $\frac{2}{5}$ doby. Takhle budeme přičítat postupně zbytky předešlých dob, čímž se dostaneme u 60 koláčů zase na 1 dobu a $\frac{1}{5}$ doby. Teď můžeme výsledky posledního řádku vynásobit dvěma, protože to bude vycházet na jeden stejný cyklus. Takže nám bude vycházet, že 120 koláčů uděláme za 12 dob. Do 144 koláčů nám chybí 24 koláčů ($144 - 120 = 24$), které vyrobí za 2 doby a $\frac{2}{5}$ doby. Takže 144 koláčů nám vyrobí za 14 dob a $\frac{2}{5}$ doby.
Abychom zjistili, kolik koláčů připravil Honzík, musíme 14 dob vynásobit dvěma, protože za 1 dobu vyrobí 2 koláče, a k tomu přičíst tu část koláče, kterou udělá za $\frac{2}{5}$ doby, což je 0,8.

$$14 \cdot 2 + 0{,}8 = 28{,}8.$$

Takže Honzík připravil 28,8 koláčů.

A jak dlouho jim to trvalo? Když Sára vyrobí 1 koláč za 30 s, tak 5 koláčů vyrobí za 150 s ($5 \cdot 30$), což je čas za jednu dobu. Těchto 150 s vynásobíme 14 dobami a k tomu přičteme čas za $\frac{2}{5}$ doby, což je 60 s ($2 \cdot 30$), protože Sára vyrobí za $\frac{2}{5}$ doby dva koláče.

$$\begin{aligned}
14 \text{ dob } \cdot 150\,\text{s} &= 2100\,\text{s}\\
2100\,\text{s} + 60\,\text{s} &= 2160\,\text{s}\\
2160\,\text{s} &= 36\,\text{min}
\end{aligned}$$

Zvířátka tedy vyrobí 144 koláčů za 36 minut.

Kategorie starší

Úloha 1B Nákresová

Nejdříve je potřeba dokázat si takovou konstrukci představit. Z pohledu ze shora a zepředu je patrné, že se bude konstrukce kromě jiného skládat z válce v přední části a z kvádru v zadní části. Výška kvádru bude stejná jako průměr válce, ale kvádr bude širší. Obrázky *a* a *d* nám ukazují, že touto částí konstrukce bude procházet tunel.

Když se podíváme ze strany, zjistíme, že na horní podstavě kvádru je připevněný tvar, který má průřez pravoúhlého trojúhelníku, jehož přepona směřuje dozadu. Díky pohledu z vrchu nebo zepředu víme, že se jedná o trojboký hranol.

Abychom si vytvořili ucelenou představu, můžeme si součástku namalovat a popsat vzdálenosti, které známe z obrázků v zadání.

Pro získání objemu celé součástky si potřebujeme vypočítat jednotlivé objemy válce, kvádru a trojbokého hranolu, sečíst je a odečíst od nich objem tunelu.

Válec:

$$V_{\text{válce}} = \pi \cdot r^2 \cdot v$$
$$r = \text{poloměr válce} = \text{průměr tunelu děleno dvěma} + \text{šířka okraje}$$
$$r = \frac{2}{2} + 1 = 2$$
$$v = \text{výška válce} = 3$$
$$V_{\text{válce}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 \doteq 37{,}699112$$

Kvádr:

$$V_{\text{kvádru}} = a \cdot b \cdot c$$
$$a = \text{dvakrát poloměr válce} + \text{dvakrát vzdálenost válce od hrany kvádru}$$
$$a = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 6$$
$$b = 3$$
$$c = \text{průměr válce} = 4$$
$$V_{\text{kvádru}} = 6 \cdot 4 \cdot 3 = 72$$

Trojboký hranol:

Jelikož má tento hranol průřez pravoúhlého trojúhelníku, víme, že kdybychom měli tyto hranoly dva, mohli bychom je spojit tak, aby vznikl kvádr. Toho lze při počítání objemu využít. Jak vypočítat objem kvádru víme, a vydělit ho dvěma také nebude problém. Strany *a* a *b* jsou stejné jako u předchozího kvádru a poslední stranu máme v obrázku napsanou.

$$a = 6$$
$$b = 3$$
$$c = 2$$
$$V_{\text{hranolu}} = \frac{6 \cdot 3 \cdot 2}{2} = 18$$

Tunel:

$$r = \frac{2}{2} = 1$$
$$v = 3 + 3 = 6$$
$$V_{\text{tunelu}} = \pi \cdot 1^2 \cdot 6 \doteq 18{,}849556$$

A po spojení všech mezivýsledků dostáváme:

$$V_{\text{součástky}} = V_{\text{válce}} + V_{\text{kvádru}} + V_{\text{hranolu}} - V_{\text{tunelu}}$$
$$V_{\text{součástky}} = 37{,}699112 + 72 + 18 - 18{,}849556$$
$$V_{\text{součástky}} \doteq 109$$

Objem součástky je tedy 109.

Úloha 2B Řada čísel

Především si musíme představit, jak budou od sebe stejná čísla vzdálená.

1 ? 1 ? 1
2 ?? 2 ?? 2
3 ??? 3 ??? 3
4 ???? 4 ???? 4
5 ????? 5 ????? 5
6 ?????? 6 ?????? 6
7 ??????? 7 ??????? 7
8 ???????? 8 ???????? 8
9 ????????? 9 ????????? 9

Poté začneme zkoušet daná čísla dosazovat. První bychom se měli zaměřit na nejvyšší čísla, protože mají méně pozic, kam je lze dát. Především nás zajímá číslo 9, které může být pouze na 7 místech v řadě 27 čísel. Poté musíme zkrátka zkoušet všechny možnosti a vyjde nám jedna z následujících šesti možností:

191218246279458634753968357
753869357436854972642812191
191618257269258476354938743
347839453674852962752816191
181915267285296475384639743
347936483574692582762519181

Toto jsou možná řešení. Vždycky dva řádky pod sebou jsou zrcadlově prohozené, protože řady čísel můžou fungovat oběma způsoby.

Úloha 3B Medová

Nejprve si pojďme spočítat ceny za med ve vzdálenějším včelstvu. Tam je díky konzistentní ceně za dopravu cena za med vždy:

$$\text{množství v kilogramech} \cdot 16\,\text{JC} + 304\,\text{JC}.$$

Pro přehlednost si můžeme hodnoty zanést do tabulky, abychom potom mohli lépe porovnat údaje z bližšího a vzdálenějšího včelstva.

Nyní si vytvoříme podobnou tabulku pro ceny za med u bližšího včelstva. Tam nemusíme platit za dopravu, za to ale musíme brát v potaz to, že za každých 20 kg zakoupeného medu získáme další 2 kg medu zdarma. Za 20 kilogramů medu tedy zaplatíme $20 \cdot 28 = 560$ JC. Za 560 JC ale získáme jako bonus 2 kg medu, takže když bude medvěd Milan potřebovat 20 kg, zaplatí 560 JC, ale stejnou částku zaplatí i za 21 kg i za 22 kg. Podobná situace nastane i v případě, že Milan půjde nakoupit 42 kilogramů medu. Za prvních dvacet kilogramů získá další dva jako dárek a potom dokoupí dalších dvacet. Opět tedy získá 2 kg medu zdarma, takže za 42 kg, 43 kg i 44 kg zaplatí stejnou částku, a to 1120 JC. Po této úvaze už tedy můžeme doplnit údaje i do druhé tabulky.

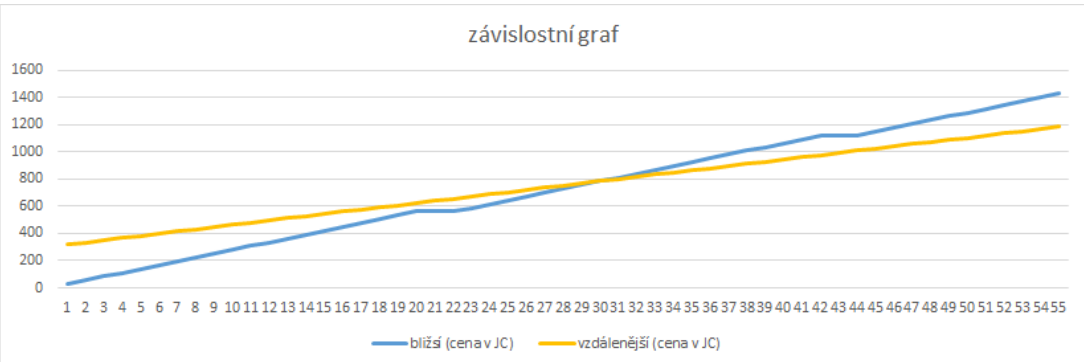
kg	bližší	vzdálenější
1	28	320
2	56	336
3	84	352
4	112	368
5	140	384
6	168	400
7	196	416
8	224	432
9	252	448
10	280	464
11	308	480
12	336	496
13	364	512
14	392	528
15	420	544
16	448	560
17	476	576
18	504	592
19	532	608
20	560	624
21	560	640
22	560	656
23	588	672
24	616	688
25	644	704
26	672	720
27	700	736
28	728	752

kg	bližší	vzdálenější
29	756	768
30	784	784
31	812	800
32	840	816
33	868	832
34	896	848
35	924	864
36	952	880
37	980	896
38	1008	912
39	1036	928
40	1064	944
41	1092	960
42	1120	976
43	1120	992
44	1120	1008
45	1148	1024
46	1176	1040
47	1204	1056
48	1232	1072
49	1260	1088
50	1288	1104
51	1316	1120
52	1344	1136
53	1372	1152
54	1400	1168
55	1428	1184

Tabulka 1: Tabulka cen v JC pro bližší a vzdálenější včelstvo.

Bohatě nám stačí, když obě tabulky vyplníme tak, aby řešily případ, kdy si chce Milan koupit 1 – 55kg medu. Když totiž obě tabulky porovnáme, i takový vzorek dat už nám stačí k tomu, abychom určili, kdy je výhodnější nakupovat v bližším včelstvu a kdy naopak ve vzdálenějším.

Když si údaje ještě navíc zaneseme do grafu, jak to po nás žádá úloha, vidíme, že malé množství medu se Milanovi vyplatí kupovat u bližšího včelstva. Zlom ale nastává při koupi 30 kg medu. Takové množství medu stojí na obou místech stejně, 784 JC. Větší množství medu (31 kg a více) už se ale Milanovi vyplatí kupovat ve vzdálenějším včelstvu.



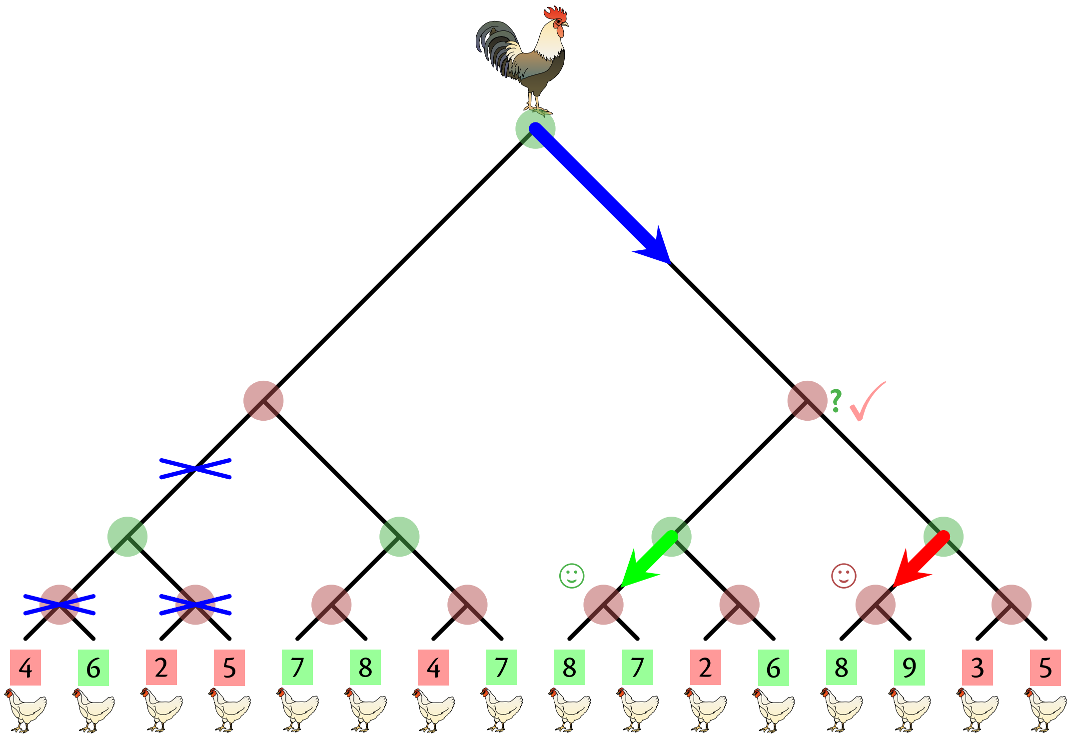
Úloha 4B Slepice

Kohout Max to možná nemá až tak těžké, jak se na první pohled zdá.

Označme si na plánku zeleně místa, kde o směru rozhoduje Max a červeně, kde Mína. Můžeme si povšimnout, že na poslední křižovatce cesty si Mína vždy vybere pro sebe výhodnější kurník. Pokud tedy Max ví, že alespoň jeden z těchto dvou kurníků ukrývá méně než 6 slepic, nesmí tam jít.

Na předposlední křižovatce si vybírá Max, stačí tedy, aby jen jedna z dvou cest vedla na bezpečnou poslední křižovatku. Pokud tedy ví, že v prvním i druhém kurníku je v každém alespoň 6 slepic, nemusí se ptát na třetí a čtvrtý kurník, protože už ví, kam půjde. Ještě musí zjistit, zda si Mína vybere právě tu cestu (zda tam Mína zatočí) a co bude dělat v případě, že by se tak nestalo.

Naopak, pokud bude jeden z prvních dvou kurníků moc prázdný, nesmí na tuto křižovatku Mínu pustit a musí odbočit na druhou stranu. Může se stát, že ani tam nebude moci jít, musí se ale nejdříve zeptat moudivláčka. Pokud by to ale nešlo, tak se může Mína rozhodnout, že půjde právě do čtvrtiny v plánku úplně vlevo a nemá smysl tedy přemýšlet nad tím, zda by Max mohl dopadnou vyhrát někde mezi pátým a osmým kurníkem.



Obrázek 5: Cesty ke kurníkům.

Pojďme se podívat na náš konkrétní plánek.

Nejdříve se Max zeptá na první kurník. V prvním kurníku jsou pouze 4 slepice. Nemá tedy smysl ptát se na druhý kurník, protože i kdyby by byl úplně plný, Mína si ho určitě nevybere. Dále by se tedy měl Max zeptat na třetí kurník. Moudivláček mu poví, že v něm jsou jenom 2 slepice. Pomyslně (já jsem to udělala modře) si proto můžeme vyškrtnout obě křižovatky. Mína by si mohla na druhé křižovatce vybrat právě naši škrtnutou cestu, proto je pro Maxe a slepice lepší, když se na první křižovatce vydá Max vydá opačným směrem (z našeho pohledu doprava).

Po tom, co Max zjistí, že v devátém kurníku je 8 slepic a poté, že v desátém je 7 slepic, může si na předposlední křižovatce zapamatovat (nebo označit zeleně), že tam může bezpečně zahnout, ať už se Mína vzteká sebevíc. Musí ještě ale zjistit, zda ho sem vůbec kuna pustí.

Max se tedy zeptá Moudivláčka na v pořadí třináctý a v dalším dotazu čtrnáctý kurník. Oba dva jsou pro slepičky bezpečnou variantou, protože se v nich schovává 8 a 9 slepic. Na prvním výběru Míny tedy vůbec nezáleží a na předposlední křižovatce zahne Max vždy z našeho pohledu doleva.

Úloha 5B Kolečka orloje

Protože ani 84, ani 48 nedělí číslo 180, nestačí Sofii počkat, až se největší kolečko otočí kolem dokola jednou — menší kolečka se mezitím dostanou do úplně jiné pozice, než na začátku. Musí proto najít nejmenší společný násobek těchto čísel. Přes prvočíselný rozklad dostaneme, že $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ a $48 = 2^4 \cdot 3$. Nejmenší společný násobek těchto tří čísel je proto $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5040$.

Po 5040 otáčkách o jeden zub budou kolečka ve své původní pozici, a protože otáčka o jeden zub trvá přesně jednu sekundu, po 5040 sekundách, což je přesně 84 minut, budou kolečka opět ve výchozí pozici. Sofii proto stačí počkat maximálně 84 minut (závisí na aktuální pozici koleček) a uvidí vzkaz z minulosti.