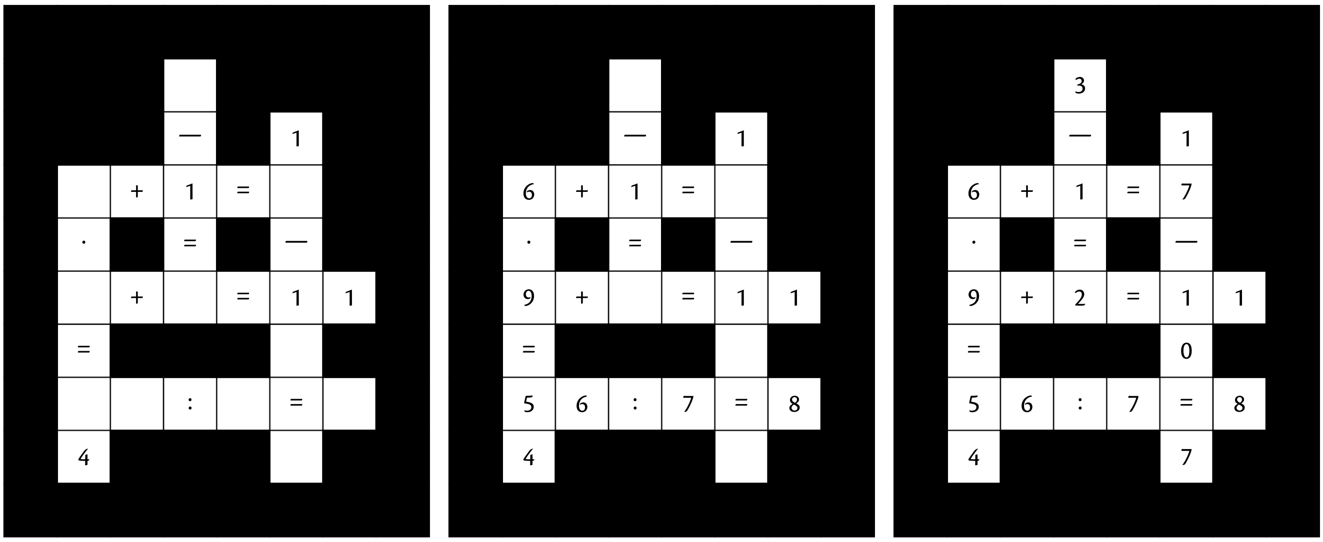
Kategorie mladší

Úloha 1A Křížovka

Nejprve Edovi poradíme, ať se zaměří na rozdíl dvojciferných čísel v pravém sloupci. Je-li v prvním čísle na místě desítek 1, pak nechce-li se hrošík dostat do záporných čísel, bude chtít i ve druhém čísle na místě desítek jedničku. Součet ve druhém řádku se tak jistě bude rovnat 11 (obrázek 1a).

Dále se hrošík může podívat na násobení. Má-li násobit dvě jednociferná čísla a má-li mu vyjít dvojciferné číslo s 4 na místě jednotek, toto dvojciferné číslo může být 14, 24, 54 nebo 64. Na 14 a 64 však nemá číslice (1 už udal a na 64 by bylo třeba mít dvě 8, což nemá), takže se mu výběr zúží na 24 a 54. Pokud by vzal 24, jednalo by se o součin $8 \cdot 3$ (druhá varianta by byla $6 \cdot 4$, ale 4 ve výběru nemá). Podívá-li se pak na řešení podílu, mohl by jako dvouciferné číslo vybrat 20, 21, 24, 25, 27, nebo 28. Na 24 nemá 4, na 25 nemá více 5, na 27 a 21 už mu bude chybět na rozklad 3 (kterou využívá na předchozí součin), na 28 opět nemá 4 a stejně tak na 20. Tedy 24 v pravém dolním rohu být nemůže – proto tam hrošík umístí 54. Podíl pak může být jen $56 : 7 = 8$ nebo $56 : 8 = 7$ a součin $6 \cdot 9 = 54$ nebo $9 \cdot 6 = 54$, nicméně u druhé varianty by se $9 + 1$ muselo rovnat jednocifernému číslu, což není pravda, správná tedy bude první varianta (obrázek 1b).

Nyní už má hrošk docela dost vodítek a půjde to snáz – ve druhém řádku snadno doplní vztah $9 + 2 = 11$, ve druhém slouci $3 - 1 = 2$, v prvním řádku $6 + 1 = 7$ a poslední výraz už snadno určí jako $17 - 10 = 7$ nebo $17 - 17 = 0$. Se správným systémem tak nebylo pro Edu těžké dobrat se výsledku (obrázek 1c).



(a) (b) (c)

Obrázek 1

Úloha 2A Divotvorná čísla

Abychom zjistili, k jakým číslům můžeme dojít, budeme postupovat odzadu, tedy od čísla 1. V každém kroku můžeme provést 2 různé početní operace:

- vynásobení 2
- odečtení 1 a vydělení 3

(Protože postupujeme odzadu, jedná se o „opačné“ operace, než bychom s čísly prováděli obyčejně.)

Budeme-li postupovat správně, v sedmém kroku nalezneme všechna čísla, která si Achilles mohl myslet.

Upozornění: můžeme používat pouze přirozená čísla, tedy čísla 1, 2, 3, 4, …

1. máme číslo 1
   - 2
   - 0 (nelze, viz upozornění)
2. máme číslo 2

- 4
- $\frac{1}{3}$ (nelze)

3. máme číslo 4
   - 8
   - 1 (nelze, neboť bychom se zacyklili)
4. máme číslo 8
   - 16
   - $\frac{7}{3}$ (nelze)
5. máme číslo 16
   - 32
   - 5

   Nyní konečně můžeme využít obě možnosti, a proto si rozdělíme následující kroky na dva případy:
6. (a) máme číslo 32
      - 64
      - $\frac{31}{3}$ (nelze)

   (b) máme číslo 5
      - 10
      - $\frac{4}{3}$ (nelze)
7. (a) máme číslo 64
      - 128
      - 21

   (b) máme číslo 10
      - 20
      - 3

Správným řešením jsou čísla 3, 20, 21 a 128.

Úloha 3A Černá skříňka

Zjistit pomocí černé skříňky, zda vůbec existuje spravedlivé rozdělení kořisti, nebo bude potřeba dělení odložit na příští týden, je jednoduché: Straky prostě sečtou hmotnosti všech nashromážděných předmětů, vydělí toto číslo dvěma (výsledek si označíme x), a poté se zeptají skříňky, zda lze předměty rozdělit do dvou hromádek tak, že každá váží přesně x g. Pokud skříňka odpoví *Ne*, pak spravedlivé dělení neexistuje a straky budou muset ještě týden počkat, pokud odpoví *Ano*, pak je možné kořist spravedlivě rozdělit. Ale jak?

Vzhledem k tomu, že straky mohou položit černé skříňce libovolný počet otázek, mohou postupovat tak, že budou postupně pro jeden předmět po druhém určovat, do které hromádky patří. Hromádku, která nakonec připadne Něvě, budeme značit N, tu, která bude patřit Pěvě, P.

Na začátku straky vyberou ze skladiště libovolný předmět A a položí jej na libovolnou hromádku – řekněme, že jej daly třeba do hromádky N. Tento předmět něco váží, označme si jeho hmotnost a gramů. Do hromádky N nyní zbývá přidat už jenom předměty o hmotnosti $(x-a)$ g, na hromádce P ještě nic není, to znamená, že tam stále musíme dát předměty o hmotnosti x g. Nyní straky vyberou ze skladiště (opět libovolně) druhý předmět B, ten má hmotnost b g, a opět jej dají na libovolnou hromádku. Řekněme, že tentokrát zvolily hromádku P. Na hromádku N tedy stále musí přidat $(x-a)$ g, na hromádku P $(x-b)$ g. Půjde to? To straky neví – ale mohou se zeptat černé skříňky! Položí jí tedy otázku: Lze ze zbylých předmětů ve skladišti vybrat skupinu takovou, že dohromady váží přesně $(x-a)$ g? (Stejně tak dobře by se straky samozřejmě mohly ptát na hmotnost $(x-b)$ g.) Pokud skříňka odpoví *Ano*, pak straky ví, že začaly správně, nechají první dva předměty tam, kam je daly, a půjdou do skladiště pro třetí předmět. Pokud skříňka odpoví *Ne*, pak to znamená, že předměty A a B musí být na stejné hromádce. Straky tedy přendají např. předmět B z hromádky P na hromádku N, a půjdou do skladu pro další předmět.

Obecně tedy s každým předmětem udělají straky toto:

1. Položí jej na libovolnou ze dvou hromádek.
2. Vypočítají, jakou hmotnost ještě potřebují na jednu z hromádek přidat.
3. Zeptají se černé skříňky, zda lze ze zbylých předmětů vybrat skupinu o této hmotnosti.
4. Pokud skříňka odpoví *Ano*, je všechno v pořádku, pokud odpoví *Ne*, přendají naposled přidaný předmět na druhou hromádku.

Strakám samozřejmě pomůže, pokud si budou dávat pozor, aby po přidání předmětu na hromádku hmotnost této hromádky nepřekročila výslednou hmotnost x – takové řešení totiž určitě nebude správné (pokud tedy nepřipustíme, že by hmotnost některého předmětu mohla být záporná, a to se ani v Království zvířat neděje). Všimni si ale, že teoreticky to kontrolovat nemusí – pokud hmotnost některé hromádky po přidání předmětu Y překročí x g, černá skříňka na následující otázku odpoví *Ne*, a straky předmět Y přendají na druhou hromádku (a pokud někde neudělaly chybu, všechno bude zase v pořádku).

Úloha 4A Pandemie

První, co Bacila napadlo, je postupovat hrubou silou – představit si, že první bakterii vysadí do města *A*, a počítat pečlivě den po dni, kdy a kde se budou objevovat nové bakterie, a za jak dlouho bude planeta dobyta. Potom si představit, že první bakterii vysadí do města *B*, opět vše spočítat, takto pokračovat pro všechna města a nakonec vybrat nejlepší možnost.

Takto by se samozřejmě správného výsledku dobral, ale zbytečně pracně. Vše si může usnadnit, uvědomí-li si následující:

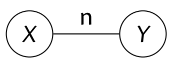
- Bakterie se vždy objevují po jedné – žádný den ve městě nepřibudou dvě či více bakterií naráz.
- V mapě planety nejsou žádné kružnice – pokud vyjdeme z města, můžeme se do něj vrátit jenom tak, že půjdeme nazpět po cestách, které jsme prošli. (Učené bakterie nazývají mapy – nebo, jak ony říkají, grafy – s touto vlastností stromy.) Díky tomu vede mezi dvěma městy vždy právě jedna trasa.

Z toho už dokážeme pro Bacila vymyslet lepší postup. Představme si, že máme nějaké město (říkejme mu *X*), ve kterém se jednoho dne objevila první bakterie, a položme si otázku, za jak dlouho se objeví první bakterie v sousedním nenakaženém městě *Y*, které je s *X* spojeno cestou.

Nejprve si rozmysleme, že vůbec nezáleží na ostatních městech – ze zdroje nákazy (města, do něhož byla vysazena první bakterie) do města *Y* vede určitě cesta přes *X*. To je proto, že musí existovat trasa ze zdroje nákazy do *X* (koneckonců, *X* samo může být zdrojem nákazy), jinak by se bakterie nemohly do *X* dostat. Z toho, že v mapě nejsou kružnice, pak plyne, že toto je **jediná** trasa ze zdroje nákazy do *Y* – jiné bakterie, než ty z *X*, se tedy do *Y* dostat nemohou.

Můžeme tedy (na okamžik) zapomenout na všechna ostatní města. Očíslujme si dny od toho, v němž se v *X* objevila první bakterie, a počítejme, kolik je na konci každého dne v *X* bakterií. Po 1. dni je to tedy 1 bakterie, po 2. dni 2, po 3. dni 3 a tak dále…

Dejme tomu, že na zdolání cesty mezi *X* a *Y* je potřeba 5 bakterií. Těchto 5 bakterií bude na konci 5. dne připraveno v *X*, a proto se 6. dne objeví první bakterie v *Y*, to jest 5 dní po tom, co se první bakterie objevila v *X*. Obecněji, je-li na zdolání cesty potřeba *n* bakterií, pak se první bakterie v *Y* objeví po *n* dnech – tedy v $(n+1)$. den.



Čísla, která jsou v Bacilově mapě napsána u každé z cest, tedy můžeme chápat jako dobu, za kterou se nákaza po této cestě dokáže šířit. Z toho můžeme obecněji odvodit, kolik dní po vysazení první bakterie v některém z měst (říkejme mu *P*) se objeví první bakterie v libovolném městě *X* – prostě najdeme trasu z *P* do *X* a sečteme čísla zapsaná u všech cest.

Dobu, za jakou bude planeta dobyta, už získáme snadno – spočteme si dobu šíření nákazy z *P* do každého dalšího města, a vezmeme největší z těchto čísel (maximum).

Takto už můžeme pro každé z měst $A - O$ spočítat, za jakou dobu po vysazení první bakterie v nich bude planeta dobyta, a vybrat nejlepší možnost. Zjistíme, že je to *D*, a že planeta pak bude dobyta 14 dní po výsadku (to ale znamená 15. den dobývání!).

Že *D* je tou nejlepší volbou, si můžeme snadno ověřit – v tomto případě totiž posledního dne budou obsazena hned 3 města naráz – *A*, *C* a *O*. Kdybychom tedy první bakterii umístili do jiného města, třeba do *I*, pak by se doba šíření do města *A* musela jenom prodloužit, protože *I* leží od *D* jiným směrem než *A*. Kdybychom naopak zdroj nákazy posunuli směrem k *A* (třeba do *B*), prodloužíme dobu šíření do *O*.

Nejlepší radou pro Bacila je tedy vysadit bakterii do města *D* – planeta potom bude dobyta v 15. den.

Úloha 5A Faxování

Vzhledem k tomu, že máme k dispozici dva faxy, můžeme si chodbu rozdělit na dvě stejné části, přičemž do každé části umístíme právě jeden fax. Určitě bude nejvýhodnější umístit fax naproti dveřím, abychom ušetřili vzdálenost 10 metrů.

Nejvýhodnější je umístit faxy naproti prostředním dveřím, tedy naproti 3. a 8. dveřím. Proč? Protože když fax posuneme k vedlejším dveřím, přiblížíme se jedné straně, ale na druhé straně se vzdálenost zvýší o 10 metrů, tedy i celkový součet bude o 10 metrů vyšší.

Kategorie starší

Úloha 1B Korálky

Uvědomme si, co vlastně souměrnost náhrdelníku znamená – dva korálky stejně vzdálené od konců tvoří stejnobarevné dvojice. Mohli bychom tedy troufale říci, že korálků musí být vždy od každé barvy sudý počet. Nesmíme ale zapomenout na to, že je-li celkem korálků lichý počet, pak by měl korálek, který leží přesně vprostřed náhrdelníku, tvořit „dvojici" sám se sebou. Korálků takovéto barvy pak bude lichý počet. Formulujme tedy podmínku přesněji – nanejvýš od jedné barvy smí být korálků lichý počet (neboli je od všech barev, nebo od všech kromě jedné, sudý počet korálků).

Pro zkoušku si můžeme rozmyslet, jak z takovéto hromádky korálků vyrobíme souměrný náhrdelník. Začneme tím, že pokud je mezi barvami jedna, od které je korálků lichý počet, vezmeme od ní jeden korálek a návlekneme ho na šňůrku (pokud taková barva není, neuděláme nic). Tím si zaručíme, že máme (ještě nenavlečených) korálků vždy sudý počet od každé barvy – můžeme si je tedy všechny uspořádat do stejnobarevných dvojic. Dvojice pak v libovolném pořadí navlékneme, a to vždy jeden korálek z jedné a druhý z druhé strany šňůrky. Náhrdelník tak budeme tvořit odprostřed, čímž bude určitě souměrný.

Úloha 2B Stříkačky

Tato úloha se dá řešit dvěma způsoby. První možností je, že spočítáme objem kyblíku V_k a objem jedné stříkačky V_s.

$$V_k = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 25^2\,cm^2 \cdot 50\,cm \doteq 24\,543{,}7\,cm^3 = 24\,543{,}7\,ml$$

$$V_s = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1{,}5^2\,cm^2 \cdot 6\,cm \doteq 10{,}6\,cm^3 = 10{,}6\,ml$$

Když objem kyblíku vydělíme objemem stříkačky, dostaneme počet stříkaček, kterými kbelík naplníme.

$$\frac{V_k}{V_s} = \frac{24\,543{,}7\,ml}{10{,}6\,ml} \doteq 2\,315$$

Fenků je ale 24, takže nebudou muset jít ke studni 2 315krát. Abychom zjistili, kolikrát půjdou všichni dohromady, musíme celkový počet potřebných naplněných stříkaček vydělit počtem fenků: $2315 : 24 \doteq 96{,}458$, což znamená, že 96krát půjdou ke studni všichni a naposledy jich musí jít jen11.
Můžeme si povšimnout, že počítáme podíl objemu kbelíku a objemu stříkačky, který si můžeme vyjádřit obecněji, a tím si zjednodušit počítání.

$$\frac{V_k}{V_s} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 25^2\,cm^2 \cdot 50\,cm}{\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 1{,}5^2\,cm^2 \cdot 6\,cm} = \frac{25^2\,cm^2 \cdot 50\,cm}{1{,}5^2\,cm^2 \cdot 6\,cm} \doteq 2\,315$$

Zbylý postup už je stejný jako v předchozím způsobu řešení.

Úloha 3B Mravenci a milkshake

Je důležité si uvědomit, že když mravenci počítali s původní částkou N, pokaždé si mohli rozdělit Jámacoiny na stejné díly. To znamená, že naše číslo N musí být dělitelné všemi celými čísly od 1 do 10. Zkusme tedy najít nejmenší společný násobek těchto čísel. (Jedničku můžeme vynechat, protože násobkem 1 je jakékoliv přirozené číslo.)

Čísla 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 rozložíme na prvočísla.

$$\begin{aligned} 2 &= 2 \\ 3 &= 3 \\ 4 &= 2 \cdot 2 \\ 5 &= 5 \\ 6 &= 2 \cdot 3 \\ 7 &= 7 \\ 8 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ 9 &= 3 \cdot 3 \\ 10 &= 2 \cdot 5 \end{aligned}$$

Následně vynásobíme všechny jedinečné díly (kupříkladu díl $2 \cdot 2$ je obsažen v dílu $2 \cdot 2 \cdot 2$ a proto není jedinečný) a zjistíme výsledek.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2520$$

$$\frac{2520}{10} = 252$$

Prvním možným řešením je tedy 252 Jámacoinů. Nemohli jich ovšem mravenci mít více? Vynásobíme naše výsledné číslo nejmenším prvočíslem, jaké známe (2), a zkontolujeme, je-li výsledek stále platný.

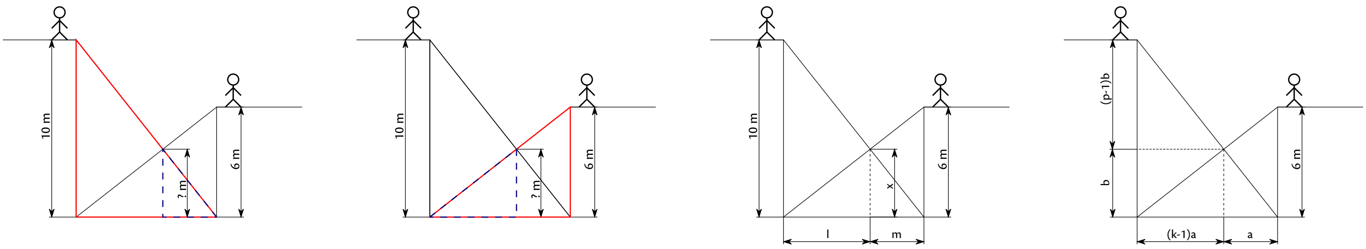
$$252 \cdot 2 = 504$$

Na jednoho mravence by v tomto případě připadalo 504 Jámacoinů, což je ale více než 500 Jámacoinů, a tato možnost tedy není správně.

Na začátku diskotéky tedy měli mravenci dohromady 2520 Jámacoinů.

Úloha 4B V jámě lvové

Než se zamyslíme nad bezpečností průchodu jámou lvovou, učiníme pozorování. Když se podíváme na obrázek 2a, vidíme, že vyznačené trojúhelníky se zdají velmi podobné (a stejně tak trojúhelníky na obrázku 2b). Oba jsou pravoúhlé a jeden úhel mají společný, i poslední úhel je tedy pro oba stejný (protože součet úhlů v trojúhelníku je vždy 180 stupňů). Intuitivně lze tušit, že větší trojúhelník je jen zvětšenou verzí toho menšího, a tedy že rozměry (délky stran) většího trojúhelníka můžeme získat z rozměrů menšího trojúhelníka tím, že je všechny vynásobíme nějakým číslem (v tomto případě, kdy trojúhelník zvětšujeme, to bude číslo větší než 1). A nejen že to lze tušit – ono to skutečně platí a takové trojúhelníky se v matematice nazývají trojúhelníky **podobné**. Pokud si chceš přečíst, jakým způsobem lze dokázat, že pro podobné trojúhelníky skutečně platí, že vzájemný poměr délek odpovídajících si stran je vždy nějaká konstanta k, podívej se na text *kurzívou* níže. Pro teď budeme považovat podobnost trojúhelníků za hotovou věc a řešit naši úlohu dále.



(a) (b) (c) (d)

Obrázek 2

Označme si hledanou výšku jako x, vzdálenost styku žebříků od 10metrové stěny jako l a zbytek délky dna jako m (viz obrázek 2c). Z podobnosti trojúhelníků platí:

$$\frac{l+m}{m} = \frac{10}{x} \tag{1}$$

$$\frac{l+m}{l} = \frac{6}{x} \tag{2}$$

(První rovnici jsme získali díky podobnosti trojúhelníků vyznačených na obrázku 2a, druhou díky podobnosti trojúhelníků vyznačených na obrázku 2b.)

Osamostatníme v rovnicích x a máme:

$$\begin{aligned} x &= \frac{10m}{l+m} \\ x &= \frac{6l}{l+m} \end{aligned}$$

neboli

$$\frac{10m}{l+m} = \frac{6l}{l+m}$$

Odtud už snadno získáme $10m = 6l$, neboli $m = \frac{6}{10}l = \frac{3}{5}l$. Z toho plyne, že celková délka dna jámy je

$$l + m = l + \frac{3}{5}l = \frac{8}{5}l$$

a tedy po dosazení do rovnice 1:

$$\frac{\frac{8}{5}l}{\frac{3}{5}l} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{10}{x}$$

odkud už jednoduše určíme x jako

$$x = \frac{30}{8} = 3{,}75$$

Je zajímavé, že náš výsledek nijak nezávisí na konkrétních l a m, a tedy ani nijak nezávisí na rozměru dna jámy. Jediné, co zůstane neměnné, je to, že místo, kde se žebříky setkají, rozdělí dno jámy v poměru 5 : 3 (větší vzdálenost, tedy 5 dílů, bude k 10metrové stěně, menší k 6metrové stěně). Všimni si, že tento poměr je stejný jako poměr výšek stěn jámy.

Můžeme tedy učinit závěr, že průchod jámou lvovou bezpečný není, protože vyskočit nad 3,75 metrů je pro lva snadná záležitost.

To ovšem není jediné možné řešení. Řešení zcela bez použití podobnosti trojúhelníků, Pythagorovy věty a jiných vlastností pravoúhlých trojúhelníků navrhl Adam Pavelka: Žebříky si vyjádřil pomocí lineárních funkcí jako $y = -\frac{10}{s} \cdot x$ a $y = \frac{6}{s} \cdot x$ (s je šířka jámy), a poté nalezl průsečík těchto funkcí. Tím získal bod x – vodorovnou vzdálenost místa, kde se funkce (žebříky) protnou, od stěn jámy, z níž už snadno vypočítal výšku y, v níž k protnutí dojde.

Zcela jednoduché řešení pak vymysleli Tereza Mašková, Matyáš Matějka, Martina Salčáková a Mirka Skoupá. Všimli si totiž toho, že kdyby obě strany jámy byly vysoké 10 m, pak by žebříky tvořily úhlopříčky pomyslného obdélníka, a protože úhlopříčky obdélníka se protínají v polovině, setkaly by se žebříky ve výšce 5 m, tedy přesně na hranici, kam lev dokáže vyskočit. Jedna stěna jámy je ale nižší, měří pouhých 6 m, a tak je zřejmé, že žebříky se protnou ve výšce menší než 5 m. Protože zadání úlohy po nás nechtělo spočítat konkrétní výšku, ale jenom rozhodnout, zda je přechod bezpečný, či ne, můžeme z toho jednoduše vyvodit, že přechod po žebřících bezpečný není.

Odvození podobnosti trojúhelníků:

Na úvod zopakujme, co chceme dokázat: Mají-li dva trojúhelníky stejné všechny tři úhly, pak poměr délek odpovídajících si stran je vždy k (jinými slovy, strany jednoho trojúhelníku jsou k-krát delší než strany druhého trojúhelníku.)

Předpokládejme, že červený trojúhelník na obrázku 2a získáme z modrého čárkovaného tak, že délku vodorovné odvěsny a vynásobíme číslem k a délku svislé odvěsny b číslem p. Odvěsny červeného trojúhelníku tak mají délky $k \cdot a$ a $p \cdot b$. Potom rozdělíme velký trojúhelník na dva menší trojúhelníky a obdélník (viz obrázek 2d). Součet obsahů těchto tří tvarů musí dát obsah velkého trojúhelníku a my tak dostaneme vztah:

$$\frac{((k-1) \cdot a) \cdot ((p-1) \cdot b)}{2} + (k-1) \cdot a \cdot b + \frac{a \cdot b}{2} = \frac{(k \cdot a) \cdot (p \cdot b)}{2}$$

Celou rovnici vynásobíme 2:

$$(k-1) \cdot (p-1) \cdot a \cdot b + 2 \cdot (k-1) \cdot a \cdot b + a \cdot b = k \cdot p \cdot a \cdot b$$

a na levé straně vytkneme $a \cdot b$:

$$a \cdot b \cdot ((k-1) \cdot (p-1) + 2 \cdot (k-1) + 1) = a \cdot b \cdot k \cdot p$$

Nyní můžeme celou rovnici vydělit výrazem $a \cdot b$ (rozmyslíme si předtím, že vzhledem k tomu, že se jedná o délky stran trojúhelníku, tento výraz určitě není 0):

$$(k-1) \cdot (p-1) + 2 \cdot (k-1) + 1 = k \cdot p$$

roznásobíme levou stranu:

$$k \cdot p - p - k + 1 + 2k - 2 + 1 = k \cdot p$$

a posčítáme všechno, co posčítat jde:

$$k - p = 0$$

Musí tedy platit $p = k$ a délky odvěsen většího trojúhelníku jsme získali vynásobením délek odvěsen menšího trojúhelníku tím samým číslem $p = k$. Že i přepona je přenásobena tímto číslem je už zřejmé z Pythagorovy věty.

Úloha 5B Tabulka

Oldovi nezbývá jiná možnost, než se pokusit si co nejsystematičtěji procházet možné cesty k cíli, dokud nenarazí na tu správnou. Může mu například pomoci, pokud se podívá, ze kterých políček je možné dostat se přímo do cíle a jejichž návštěvu je tedy dobré nechat si na později. Průběžně také musí hlídat, jestli ze všech zbývajících políček stále může odplout a jestli se na ně dá naopak z jiného políčka dostat. Takto by se měl postupně dobrat k jedné z možných cest, například obrázek 3 níže (čísla v pravém horním rohu políček značí, v jakém pořadí je Olda navštíví).

1 *3*	5 *11*	3 *14*	*15*
4 *4*	2 *13*	4 *7*	2 *12*
2 *2*	4 *6*	3 *10*	3 *8*
1	2 *1*	2 *5*	2 *9*

Obrázek 3