

## Ahoj!

Vítej v VI. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, z nichž v každém na Tebe čeká pět záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pro nejlepší soutěžící je připraven **letní tábor**. Ještě než se vrhneš do víru zadání, přečti si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžeš přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na tábor se můžeš přihlásit libovolný soutěžící. V případě nadbytku zájemců (kapacita tábora je 24 účastníků) mají přednost ti s lepším umístěním v soutěži.
- Na zvláštní papír napiš svoje jméno, školu, třídu a e-mail nebo telefon, abychom Tě (např. kvůli účasti na táboře) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu piš na samostatný papír formátu A4. U horního okraje napiš své jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očíslov.
- Pokud úlohu odevzdáváš přes naše webové stránky, stačí, když bude každá úloha v samostatném PDF dokumentu.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým ses dostal/a k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíš, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžeš získat body.
- V tomto kole můžeš dohromady získat 34 bodů. Nemusíš řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě ten bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sleduj webové stránky soutěže: <http://www.jamalvova.cz>.

Své řešení nám pošli do **16. ledna** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor vnějších vztahů – Jáma lvová  
 Rektorát ČVUT  
 Zikova 4  
 166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

*Běňa, Hanka, Honza, Honza, Jirka, Kobi, Petr, Terka, Tomáš, Tomáš, Zuzka, Zuzka a Zuzka*

## Kategorie mladší

### Úloha 0A Byrokratická

(2 body)



Úředního šimla Honzika velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstat v kanceláři přes noc. Nakonec nelenil a během jedné bezesné noci vymyslel odevzdávací systém, do kterého bude možné úlohy přímo nahrávat. Dále se rozhodl, že bude vyžadovat, aby měly úlohy opravdu správný formát. Pomož Honzíkovi tak, že Tvé úlohy budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, nadepsaná jménem, příjmením, třídou a názvem školy atd.)

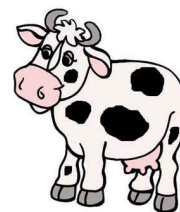
Chceš-li si ulehčit práci s nadepisováním hlavičky a odesíláním obálek, můžeš svá řešení po přihlášení nahrát na stránky Jámy lvové [www.jamalvova.cz](http://www.jamalvova.cz). Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na fórum ([forum.jamalvova.cz](http://forum.jamalvova.cz)) nebo na e-mail ([jamalvova@jamalvova.cz](mailto:jamalvova@jamalvova.cz)).

### Úloha 1A Výkonová

(5 bodů)

V království zvířat se výkon udává ve třech různých jednotkách: kráva Welká (kW), Hřebec Polní (HP) a Poník Silný (PS). Hřebec má stejný výkon jako Poník, kráva je však silnější.

Tučňák Tomáš si nedávno pořídil nové auto o výkonu 185 kW, ale aby ho mohl přihlásit na dopravním inspektorátě, potřebuje znát i výkon v koňských jednotkách. Jaký je výkon Tomášova auta v jednotkách HP, jestliže v dokladech ke starému autu našel 74 kW/100 PS?



**Úloha 2A Žabka se koupe**

**(6 bodů)**



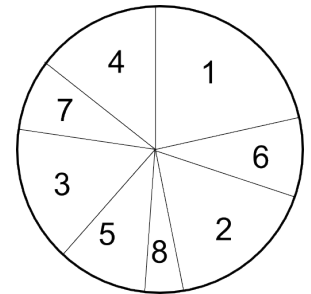
Žabka Terka se ráda dlouho sprchuje. Jelikož ale zásoby vody v Království zvířat nejsou nekonečné, řekla si, že bude vodou více šetřit. Terka se potřebuje sprchovat alespoň dvacet minut sprchou s průtokem minimálně 5 centilitrů za sekundu. Začala tedy přemýšlet, jestli nebude lepší, když se bude koupat, a to ve vaně o objemu 200 litrů. Terka sama má objem 80 litrů a vykoupe se jen celá ponořená v opravdu plné vaně.

Měla by se Terka raději sprchovat, nebo koupat, aby spotřebovala co nejméně vody? A jak dlouho by se musela sprchovat, aby se množství vody spotřebované sprchováním rovnalo množství vody, které je potřeba napustit do vany?

**Úloha 3A Dělení koláče**

**(7 bodů)**

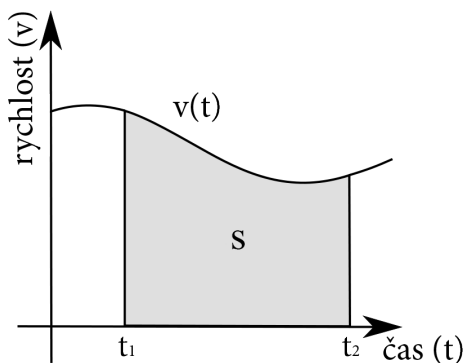
Housenka Irenka a motýl Habaťuk si na štědrovečerní slavnostní večeři koupili svůj oblíbený makový koláč. V cukrárně ale byli nešikovní a koláč jim rozkrájeli na osm nestejně velkých dílů. Zvířátka si nevěděla rady, jakým způsobem si za těchto podmínek koláč spravedlivě rozdělit, a proto se rozhodla, že si budou střídavě brát každý jeden kousek, budou ale při tom dodržovat pravidlo, že vždy musí vzít nějaký kousek z okraje. (Úplně první kousek si mohou vzít libovolně a Habaťuk je gentleman, takže nechá Irenku, aby si vybrala první.) Pokud by si tedy Irenka jako první vzala kousek největší (označený číslem 1), Habaťuk si potom může vzít buď kousek 4 nebo kousek 6, ale ne například kousek 2. Přestože jsou Irenka a Habaťuk dobří kamarádi, makovému koláči nemohou odolat a snaží se z něho získat co největší kus.



Jakou strategii mají zvolit? Jak budou při použití této strategie koláč postupně odebírat? A myslíš si, že je tento způsob dělení spravedlivý, nebo že jeden z nich může získat z koláče více bez ohledu na druhého? (Čísla ve výšečích koláče odpovídají velikosti (ploše) kousků, tedy 1 je největší a 8 nejmenší.)

**Úloha 4A Zrychlená kráva**

**(9 bodů)**



Zvířátka z první úlohy se rozhodla vyzkoušet, kdo z nich je nejrychlejší. Rozhodnout má závod na 500 m, kde prvních 350 m je rovná cesta a zbytek je v lese. Kráva Welká je schopna běžet rychlostí 72 km/h a za sekundu dokáže zrychlit o 1,25 m/s. Před lesem však musí včas začít brzdit (dokáže zpomalovat stejně rychle jako zrychlovat), aby do něj vběhla rychlostí pouze 18 km/h, jinak by nabourala do stromů. Poník Silný umí za sekundu zrychlit o 2 m/s a má maximální rychlost 36 km/h. Poník může v lese běžet maximální rychlostí, protože je malý a obratný. Hřebec Polní prohlásil, že by je oba porazil a že běhat nebude, bude jim ale dělat rozhodčího.

Pomoz Hřebci rozhodnout, kdo závod vyhraje. Při řešení Ti může pomoci nakreslit si graf závislosti rychlosti na čase (na obrázku označený  $v(t)$ ). Uběhnutá vzdálenost je pak rovna velikosti plochy pod křivkou (označená písmenem  $s$ ). Nakreslený graf přilož ke svému řešení. Jak by se výsledek lišil, kdyby cesta lesem byla poloviční?

**Úloha 5A Změna času**

**(5 bodů)**

Občané městečka Kocourkova mají jak známo různé kuriózní nápady. Třeba teď zrovna jednu chytrou hlavu napadlo, že mít den skládající se z 24 hodin a hodinu skládající se ze 60 minut je vlastně strašlivě nešikovné, a že by bylo mnohem hezčí a praktičtější, kdyby počty hodin a minut byla nějaká kulatá čísla. A rovnou navrhl, aby se den rozdělil na deset kocourkovských hodin a každá kocourkovská hodina na 100 kocourkovských minut (celková délka „normálního“ a kocourkovského dne zůstanou stejné). Kocourkovským radním se nápad náramně zalíbil a rozhodli se, že nové určování času zavedou už od nového kalendářního roku.

Chudáci kocourkovští jsou teď ale celí zmatení a neví, jak starý čas na nový převádět. Třeba děti školou povinné ani netuší, v kolik kocourkovských hodin jim vlastně bude začínat škola. Dokážeš jim poradit, jestliže podle starého času začínalo vyučování v 7.30? A jak bude v tuto dobu vypadat ciferník kocourkovských hodin?

## Ahoj!

Vítej v VI. ročníku korespondenční soutěže Jáma Lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma Lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, z nichž v každém na Tebe čeká pět záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pro nejlepší soutěžící je připraven **letní tábor**. Ještě než se vrhneš do víru zadání, přečti si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžeš přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na tábor se můžeš přihlásit libovolný soutěžící. V případě nadbytku zájemců (kapacita tábora je 24 účastníků) mají přednost ti s lepším umístěním v soutěži.
- Na zvláštní papír napiš svoje jméno, školu, třídu a e-mail nebo telefon, abychom Tě (např. kvůli účasti na táboře) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu piš na samostatný papír formátu A4. U horního okraje napiš své jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očíslov.
- Pokud úlohu odevzdáváš přes naše webové stránky, stačí, když bude každá úloha v samostatném PDF dokumentu.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým ses dostal/a k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíš, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžeš získat body.
- V tomto kole můžeš dohromady získat 34 bodů. Nemusíš řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě ten bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sleduj webové stránky soutěže: <http://www.jamalvova.cz>.

Své řešení nám pošli do **16. ledna** prostřednictvím stránek soutěže, nebo na adresu:

Odbor vnějších vztahů – Jáma Lvová  
Rektorát ČVUT  
Zikova 4  
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

*Běňa, Hanka, Honza, Honza, Jirka, Kobi, Petr, Terka, Tomáš, Tomáš, Zuzka, Zuzka a Zuzka*

## Kategorie starší

### Úloha 0B Byrokratická

(2 body)



Úředního šimla Honzika velmi unavuje neustálé třídění a přebírání úloh. Poslední dobou musí dokonce dělat přesčasy a zůstat v kanceláři přes noc. Nakonec nelenil a během jedné bezesné noci vymyslel odevzdávací systém, do kterého bude možné úlohy přímo nahrávat. Dále se rozhodl, že bude vyžadovat, aby měly úlohy opravdu správný formát. Pomoz Honzíkovi tak, že Tvé úlohy budou splňovat požadavky uvedené v úvodním textu. (Tedy každá bude na samostatném listu papíru A4, nadepsaná jménem, příjmením, třídou a názvem školy atd.)

Chceš-li si ulehčit práci s nadepisováním hlavičky a odesíláním obálek, můžeš svá řešení po přihlášení nahrát na stránky Jámy Lvové [www.jamalvova.cz](http://www.jamalvova.cz). Ale pozor! Pouze ve formátu PDF! Pokud bys měl jakékoli problémy, napiš nám na fórum ([forum.jamalvova.cz](http://forum.jamalvova.cz)) nebo na e-mail ([jamalvova@jamalvova.cz](mailto:jamalvova@jamalvova.cz)).

### Úloha 1B Sirky

(5 bodů)

Tapír Mirek stojí před nelehkým úkolem. Právě se rozhoduje o jeho odměně za tvrdou práci, kterou po celý rok svědomitě plnil, nicméně jeho šéf je veselá kopa, a tak nechal jeho finanční ohodnocení v Mirkových rukách. Na stůl před něj poskládal ze sirek dvě čísla, jejichž rozdíl má být částka, kterou Mirkovi vyplatí. Mirek si může svou výplatu ještě zvýšit přesunutím nejvýše tří sirek. Musí však dodržet určitá pravidla: Sirky nemůže přemísťovat z jednoho čísla do druhého a jednotlivé cifry musí vypadat přesně jako v původních číslech (není tedy například možné vytvořit jedničku jen z jedné sirky). Mirek bohužel není příliš chytrý tapír. Pomůžeš mu zjistit, jaké sirky má přemístit, aby získal odměnu alespoň 56 789?

358  
1746

**Úloha 2B Podplazí se had?**
**(6 bodů)**

Na planetě Království zvířat se chystá velkolepý projekt. Zvířátka chtějí postavit koleje pro velký závod Rallye po celé délce rovniku. Vyskytl se však menší problém. V dané oblasti se totiž začali bouřit místní hadi s tím, že se nebudou moci dostávat z jedné polokoule na druhou. Organizátoři přitom potřebují mít celou dráhu na všech místech v přesně stejné vzdálenosti od povrchu planety, což by znamenalo, že se musí zvednout veškeré koleje o stejnou výšku. Stavební materiál však není levná záležitost a každý kilogram kolejnic se počítá. Přesto se nakonec organizátoři rozhodli vyhovět žádosti hadů a uvolili se přidat k celkové délce dráhy ještě jeden metr navíc. Bude to hadům k podplazení se stačit, jsou-li vysokí nejvýše 15 centimetrů a pokud je planeta zvířátek stejně velká jako naše (tedy s poloměrem 6378 km)? A mohou stejné opatření učinit i na sousední planetě, která má desetkrát větší poloměr?

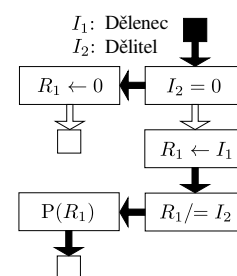
**Úloha 3B Tankování za letu**
**(7 bodů)**

Na lesní mýtině před zvířecím královským palácem se objevil velmi nebezpečný předmět: ampulka prudce jedovatého kyanidu. Krizový štáb rozhodl, že je nutné ji co nejrychleji odstranit. Jako úložiště byl vybrán opuštěný ostrov Felkland, který leží 100 km od pevniny. Holubice Markéta se nabídla, že ampuli přepraví a dalších 10 holubů se přihlásilo jako její pomocníci.

Holubi k letu potřebují brusinky. Do batohu na zádech jich dokáží vměstnat rovnou stovku a jedna vystačí na kilometr letu. Při letu s ampulí má ovšem Markéta větší odpor vzduchu, a proto potřebuje na kilometr brusinky dvě. Pokud některému z holubů brusinky dojdou, musí okamžitě přistát na pevné zemi, jinak se zřítí do moře a zemře. Naštěstí si mohou holubi brusinky předávat za letu a jsou v tom tak zruční, že dokáží okamžitě předat libovolné množství brusinek. Více holubů může předávat své brusinky jedinému kolegovi, ale ne naopak, každý holub si musí vybrat jediného kolegu, kterému brusinky předá. Aby se obešli bez složitých navigačních přístrojů, domluvili se, že za všech okolností poletí rychlostí 1 km za minutu, změny směru a předávky budou provádět jen s úderem celé minuty a s výjimkou startu nebudou na žádném místě vyčkávat. V místě startu se nachází sklad brusinek a naplnění celého batohu se rovněž děje okamžitě. Jak si mají celou operaci naplánovat, aby Markéta donesla ampuli na ostrov Felkland a bezpečně se se svými pomocníky vrátila do místa startu?

**Úloha 4B Kreslené programování**
**(9 bodů)**

Myšák Marko učí ve zvířecím Centru pro Mentálně Postižené programování a už je úplně zoufalý: zvířátka se ne a ne naučit být i jen základní postupy. Proto pro ně vymyslel programovací jazyk, ve kterém se programy kreslí a zvířátka si je mohou vybarvit veselými barvami. Jednotlivé příkazy se píšou do obdélníků, ze kterých vedou jedna nebo dvě šipky: ve směru plně pokračuje program tehdy, je-li příkaz splněn, jinak se vydá ve směru prázdné. Pokud nemá program jak pokračovat (např. protože příslušná šipka chybí), skončí chybou. Šipky mohou vést i do některého z předchozích obdélníků a tak vytvořit smyčku. Program může využívat 8 registrů  $\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \dots, \mathcal{R}_8$ , (tedy paměťových buněk, do kterých lze uložit jedno číslo) a 8 vstupů  $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \dots, \mathcal{I}_8$  (každý rovněž představuje jedno číslo). Jednotlivé příkazy jsou tyto:



- Přiřazení „registr“  $\leftarrow$  „hodnota“  
Do registru „registr“ nahraj číslo „hodnota“. Např.  $\mathcal{R}_1 \leftarrow 10$  uloží do  $\mathcal{R}_1$  číslo 10,  $\mathcal{R}_1 \leftarrow \mathcal{I}_7$  přepokopíruje sedmý vstup do prvního registru a  $\mathcal{R}_1 \leftarrow \mathcal{R}_2$  přepokopíruje do prvního registru hodnotu ve druhém registru. Přiřazení je vždy splněno.
- Výpočty „registr“  $+=$  „hodnota“, „registr“  $-=$  „hodnota“, „registr“  $\times=$  „hodnota“, „registr“  $/=$  „hodnota“  
Zjistí výsledek příkladu „registr“  $+$  „hodnota“ (případně se znaménky  $-$ ,  $\times$  a  $/$ ) a výsledek uloží do registru „registr“. „Hodnota“ může opět být číslo, vstup nebo registr. Výpočet je vždy splněn.
- Porovnání „hodnota1“  $<$  „hodnota2“, „hodnota1“  $=$  „hodnota2“, „hodnota1“  $>$  „hodnota2“  
Jestliže nerovnost (rovnost) platí, je příkaz splněn, jinak je nesplněn. Např.  $\mathcal{I}_1 < \mathcal{R}_1$  je splněno, jestliže je číslo uložené v  $\mathcal{I}_1$  menší než  $\mathcal{R}_1$ ,  $\mathcal{R}_2 = 4$  je splněno, jestliže je ve druhém registru uloženo číslo 4 a podobně.
- Dělitelnost „hodnota1“  $\%$  „hodnota2“  
Jestliže je číslo „hodnota1“ dělitelné beze zbytku číslem „hodnota2“, je příkaz splněn, jinak je nesplněn. Např.  $7 \% 4$  není splněno nikdy,  $\mathcal{I}_1 \% 2$  právě tehdy, je-li v prvním vstupu sudé číslo a  $\mathcal{R}_1 \% 1$  je vždy splněno (každé číslo je dělitelné jedničkou).
- Tisk  $P(\text{„registr“})$   
Vytiskni hodnotu uloženou v registru „registr“. Tisknout samotná čísla nebo vstupy nelze. Tisk je vždy splněn.

Plný obdélník značí začátek programu a prázdný konec. Například na obrázku vpravo je program, který vytiskne výsledek dělení dvou čísel. Jestliže je však dělitel roven nule, skončí program chybou. (Z obdélníku  $\mathcal{R}_1 \leftarrow 0$  vede prázdná šipka.) Dokážeš nakreslit program, který má jediný vstup  $\mathcal{I}_1$  a vytiskne všechna čísla, která hodnotu v  $\mathcal{I}_1$  dělí beze zbytku? Nezapomeň na zvláštní situace: pokud je  $\mathcal{I}_1$  menší než 0, měl by program skončit chybou, a je-li  $\mathcal{I}_1$  rovno 0, skončit normálně, ale vypsát číslo  $-1$ . Předpokládej, že v  $\mathcal{I}_1$  je vždy celé číslo.

**Úloha 5B Cukroví**
**(5 bodů)**

Čmelák Antonín pomáhá mamince vykrajovat vánoční cukroví. Maminka vždy vyválí těsto ve tvaru obdélníku o rozměrech  $35 \times 90$  cm a Antonín z něj vykrajuje kolečka o poloměru 5 cm. Kolikrát musí maminka těsto vyválet, aby Antonín vykrajel 60 koleček? Jelikož válení těsta není jednoduché, snaží se Antonín, aby po vykrajování zbylo co nejméně odpadu. Nakreslete, jak má cukroví vykrajovat, aby mamince zbytečně nepřidělal práci.