

Ahoj!

Vítej ve IV. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6.–9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Tebe čeká 5 záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pro všechny soutěžící je připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhneš do víru zadání, přečti si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžeš přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na tábor se může přihlásit libovolný soutěžící. V případě nadbytku zájemců (kapacita tábora je 24 účastníků) mají přednost ti s lepším umístěním v soutěži.
- Na zvláštní papír napiš svoje jméno, školu, třídu a email nebo telefon, abychom Tě (např. kvůli účasti na táboře) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu piš na samostatný papír A4. U horního okraje napiš své jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očíslej.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým ses dostal/a k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíš, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžeš získat body.
- V tomto kole můžeš dohromady získat 36 bodů. Nemusíš řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sleduj webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Své řešení nám pošli do **1. dubna 2013** na email jamalvova@jamalvova.cz nebo na adresu:

Odbor vnějších vztahů – Jáma lvová,
Rektorát ČVUT,
Žitná 4,
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Hanka, Kamča, Lucka, Terka, Lukáš, Martin, Pepa, Štefan, Tomáš a Tomáš.

Kategorie mladší

Úloha 1A (5 bodů):

Ve finále Mistrovství Království zvířat v ledním hokeji se spolu utkali Lední medvědi a Tučňáci. Komentátor zvířecí televize šnek Štefan udělal rozhovor s tučňákem Tomášem:

Š: Začátek zápasu vám docela vyšel.

T: Tak určitě, my si před zápasem řekli, že na ně vlítnem a jednou nám to tam spadlo.

Š: Pak jste ale polevili a Medvědi několikrát skórovali, co se stalo?

T: Těžko říct, prostě jsme si mysleli, že to máme v kapse, ale po pár individuálních chybách nás soupeř potrestal.

Š: Úvodní minuty druhé třetiny pro vás byly velmi pozitivní, dostali jste soupeře pod tlak. Bylo o přestávce v kabině dusno?

T: Tak určitě ne, trenér nám řekl největší chyby, ale byl v klidu. A pomohlo to, hned po přestávce jsme vyrovnali a dál se tlačili dopředu.

Š: Druhá třetina ale skončila nerozhodně, hlavně díky oné smolné dvojnásobné početní výhodě.

T: Rozhodně, to jsem snad nezažil, abysme na týhle úrovni inkasovali v přesilovce pět na tři. Celou třetinu jsme je prakticky nepustili z pásma a voni daj z jediného brejku góla a ještě k tomu do šatny.

Š: Ve třetí třetině už padl jediný gól, neuvažovali jste v závěru o hře bez brankáře?

T: Tak to je věc trenéra, ale tam už to snad ani nebyl hokej, sice jsme tři bitky vyhráli, ale bohužel hokej se hraje na góly.

Š: Děkuji za rozhovor a za rok ať vám to vyjde.

T: Tak určitě a díky.

Jestliže víte, že Štefan s Tomášem zmínili v rozhovoru všechny góly a žádný neopomněli, kolik jich padlo v jednotlivých třetinách a který tým je vstřelil? A jak dopadl celý zápas?

Úloha 2A (7 bodů):

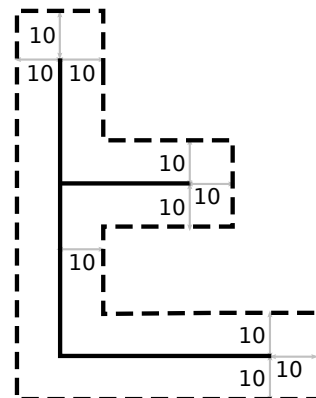
Cvrčci Amadeus, Ludwig, Johann, Bedřich a Antonín chtějí zahrát část obtížné skladby Kouzelná nožka. Cvrččí skladby jsou rozděleny na jednotlivé tóny o různých výškách. Kouzelná nožka má 6 tónů o výškách 8, 18, 0, 16, 7 a 2 (v tomto

Víš, že...? Do soutěže se můžeš zapojit v kterémkoli kole, nejen v tom prvním.

pořadí). Výška tónu je součet výšek, které v jednu chvíli zahrájí tři nebo více hudebníků. Cvrček může zahrát na jednu ze svých nohou, každá z nich je naladěná na určitou výšku. Nohy se ale musí střídát. Poté, co zahráje hudebník na jednu, musí zahrát další tón na druhou. Amadeus může hrát tóny 5 a 1, Ludwig 2 a 3, Johann 2 a 0, Antonín -1 a -4 a Bedřich 8 a 6. Jak mají cvrčci hrát na své nohy, aby dohromady zahráli Kouzelnou nožku?

Úloha 3A (8 bodů):

Zahradník Miloš pečuje v botanické zahradě Království zvířat o vzácné druhy hub. Nejen že se stará, aby jim nic nechybělo, ale snaží se z nich také tvořit nezvyklé obrazce. Například pro druh zvaný Mengerovka obecná sestavil speciální kostru z velmi tenkého drátu. Nejprve smontoval čtverec o straně 27 metrů a rozdělil jej na 9 menších čtverců o rozměrech 9x9 metrů. Prostřední čtverec nechal být, ale každý ze zbylých osmi dále rozdělil na čtverce o rozměrech 3x3 metrů. Třímetrové čtverce uprostřed devítimetrových opět nechal být, ale všechny další malé čtverce dále rozdělil na 9 čtverců o rozměrech 1x1 metr. Mengerovka obecná nevytváří plodnice, ale roste jako souvislý obdélníkový povlak kolem každého drátu, takže jedna houba může nabývat libovolného tvaru. Kratší strana příslušného obdélníka měří 20 cm a delší je dlouhá stejně jako drát + 20 cm (příklad viz obrázek vpravo - souvislá čára zastupuje kostru, přerušovaná okraje povlaku). Jaký bude obsah mengerovky, která vyroste kolem drátěné kostry, kterou Miloš připravil?



Úloha 4A (10 bodů):

Jestliže víte, že

$$(Kří \spadesuit Kří) = Kvák$$

$$(Frnk \heartsuit Kvák) = Hýk$$

$$(Frnk \heartsuit Kří) = Žmurk$$

$$(x \spadesuit y) \spadesuit z = x \spadesuit (y \spadesuit z)$$

$$(x \heartsuit y) \heartsuit z = x \heartsuit (y \spadesuit z)$$

$$(Chroup \spadesuit Kří) = Hýk$$

$$(Kří \heartsuit Kří) = Žbluňk$$

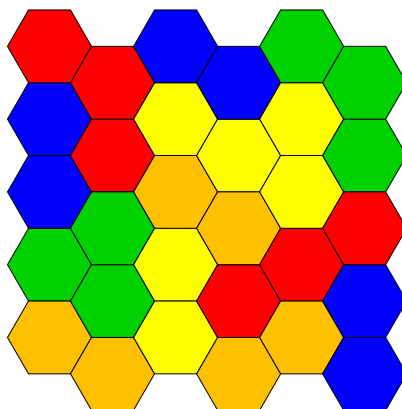
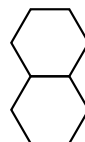
$$(x \spadesuit Žbluňk) = x$$

$$(x \heartsuit y) \spadesuit z = x \spadesuit (z \heartsuit y)$$

čemu se rovná $(Kvák \spadesuit Chroup)$ zapsáno jen jedním slovem? Za písmenka x , y , z v návodu si můžete dosadit cokoli z množiny Žbluňk, Kří, Kvák, Chroup, Hýk, Žmurk, Frnk.

Úloha 5A (6 bodů):

Kozlík Přemek si staví novou chalupu. V obývacím pokoji by rád měl zvláštní podlahu sestavenou z červených, modrých, zelených, žlutých a oranžových šestiúhelníků (nakreslena na obrázku pod příkladem). Kachlíky, ze kterých bude podlahu skládat, mají tvar dvou spojených šestiúhelníků (obrázek vpravo) a prodávají se ve velkých sadách. Každá sada obsahuje od každé možné barevné kombinace (včetně kombinace dvou stejných barev) jeden kachlík (obsahuje tedy jeden kachlík modro-modrý, jeden modro-žlutý, jeden modro-červený apod.). Je možné podlahu sestavit s použitím kachlíků pouze z jedné sady? Jestliže ano, jak budou kachlíky uspořádány?



Ahoj!

Vítej ve IV. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvoová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6.–9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvoová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Tebe čeká 5 záluďných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pro všechny soutěžící je připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhneš do víru zadání, přečti si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžeš přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na tábor se může přihlásit libovolný soutěžící. V případě nadbytku zájemců (kapacita tábora je 24 účastníků) mají přednost ti s lepším umístěním v soutěži.
- Na zvláštní papír napiš svoje jméno, školu, třídu a email nebo telefon, abychom Tě (např. kvůli účasti na táboře) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu piš na samostatný papír A4. U horního okraje napiš své jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľuj.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým ses dostal/a k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíš, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžeš získat body.
- V tomto kole můžeš dohromady získat 36 bodů. Nemusíš řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sleduj webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Své řešení nám pošľi do **1. dubna 2013** na email jamalvova@jamalvova.cz nebo na adresu:

Odbor vnějších vztahů – Jáma lvoová,
Rektorát ČVUT,
Žikova 4,
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Hanka, Kamča, Lucka, Terka, Lukáš, Martin, Pepa, Štefan, Tomáš a Tomáš.

Kategorie starší

Úloha 1B (5 bodů):

Outloň Josef rád sestavuje magické čtverce. Magický čtverec je čtverec rozdělený do tří řádků a tří sloupců, celkem tedy do devíti políček, do kterých je vepsaných devět po sobě jdoucích přirozených čísel tak, aby součet čísel ve všech řádcích, sloupcích i obou úhlopříčkách byl stejný (tomuto součtu se říká konstanta čtverce). Na oslavu nového roku by Josef rád sestavil čtverec, jehož konstanta je 2013. Dokážete mu poradit, jaká čísla má do čtverce doplnit? A jaké číslo bude v prostředním políčku a proč?

Úloha 2B (7 bodů):

Bylo nebylo, v království ležícím za sedmero horami a sedmero řekami se usídlila strašlivá mnohohlavá saň. Nešťastný král vyhlásil, že kdo draka zabije, dostane půľ království a princeznu za ženu k tomu. Do země se hned začali sjíždět udatní princové ze širokého okolí, aby se příšeře postavili. Jako první se k dračí sluji vydal princ Arnold a utal sani jednu devíťtinu všech jejích hlav. Jako druhý se s drakem utkal princ Barnabáš, který jí utal o tři hlavy méně než Arnold. Princ Celestýn připravil draka o osminu jeho zbývajících hlav a princ Dalimil jí usekl toľik hlav, co Barnabáš a Celestýn dohromady. Po souboji s pátým princem Emanuelem zbyla sani už jen třetina původního počtu hlav. Fridolín utal příšeře jen o jednu hlavu méně než Emanuel a Gabriel usekal dvě třetiny všech zbylých hlav. Jako poslední se ke sluji vydal Hloupý Honza, a když sani utal posledních pět hlav, padla stvůra mrtvá k zemi. V království nastala velká radost a Honza dostal slíbenou odměnu. Králi ale pořád vrtá hlavou - kolik hlav měla saň na začátku?

Úloha 3B (8 bodů):

V africké savaně došlo k velkému nárůstu počtu dopravních nehod. Po poslední těžké nehodě, při níž se čelně srazili dva gepardi, požádal král zvířat policejního náčelníka kačera Oldřicha, aby dohlížel na dodržování maximální povolené rychlosti. Oldřich se posadil na kraj dlouhé rovné silnice a pustil se do práce. Rychlost měří speciálním přístojem, který každou sekundu vyšľe laserový paprsek vstříc běžícímu zvířátku a měří čas, za který se vrátí zpět. Například právě teď běží přímo proti Oldřichovi další gepard. Při prvním měření trvalo laserovému paprsku 3 μ s (mikrosekunda je miliontina sekundy) než

Víš, že...? Do soutěže se můžeš zapojit v kterémkoli kole, nejen v tom prvním.

urazil vzdálenost mezi Oldřichem, gepardem a zpět a o sekundu později to bylo $2,9 \mu\text{s}$. Jak velkou rychlostí (vyjádřenou v kilometrech za hodinu) gepard běží? A za jak dlouho od prvního měření doběhne k Oldřichovi, jestliže nebude zrychlovat ani zpomalovat? Rychlost světla (tedy i laserového paprsku) uvažujte 300000 km/s .

Úloha 4B (10 bodů):

Netopýr Pandemona hledá vhodnou jeskyni pro své hejno. V některých však už bydlí medvědi, a tak Pandemona každou novou jeskyni nejprve prozkoumá bezpilotním robotickým netopýrkem. Pandemona ví, že všechny jeskyně jsou rozděleny na čtverce (skála/volno) a že v nich vede jediná chodba, která se nikde nevětví ani nekříží, všude má šířku 1 čtvereček a kromě vchodu je všude oddělena alespoň jedním čtverečkem skály od vnějšího světa. Netopýrek navíc dokáže vyslat dva druhy signálů - o vysoké a nízké frekvenci. Tyto signály představují jediný způsob, jak může Pandemoně vysílat informace. Sám od sebe ovšem nic neumí, takže ho Pandemona musí nejprve naprogramovat. Může k tomu použít těchto příkazů:

Vpřed.	Leť o jedno políčko dopředu	Vzdálenost.	Změř echolokací vzdálenost k nejbližší stěně před robotem.
Otoč(vpravo). Otoč(vlevo).	Otoč se na místě o 90° doprava/doleva.	Signál(n). Signál(v).	Vyšli signál o nízké/vysoké frekvenci.
Medvěd.	Podívej se, zda je na současném políčku medvěd.	Konec.	Přistaň a ukonči program.

Dále může použít podmínku v následujícím tvaru:

Jestliže *podmínka*

```
{  
  Blok příkazů, které se provedou, je-li podmínka splněna.  
}
```

Jinak

```
{  
  Blok příkazů, které se provedou v opačném případě, tato větev je nepovinná.  
}
```

Podmínky se mohou libovolně vnořovat. Příkazy jsou vykonávány jeden po druhém a další příkaz je spuštěn až po dokončení toho aktuálního. To znamená, že je-li např. v programu příkaz **Vpřed**, další se začne vykonávat, až se netopýrek přesune na další políčko. Po dosažení konce programu se pokračuje opět prvním příkazem a tak stále dokola. Např. podle následujícího programu poletí robotický netopýr tak dlouho rovně, dokud nenarazí na stěnu, pak se otočí vlevo a podle toho, zda je v ohybu chodby medvěd, přistane, nebo poletí dál:

Jestliže **Vzdálenost>0**

```
{  
  Vpřed.  
}  
Jinak  
{  
  Otoč(Vlevo).  
  Jestliže Medvěd {Konec.}  
}
```

Pandemona má netopýrků dostatek, takže jí stačí, když doletí na konec jeskyně a tam přistane. Chce však, aby během letu vysílali takovým způsobem, že bude schopná odvodit přesnou mapu jeskyně a kde se nachází případný medvěd. Dokážete navrhnout způsob vysílání a napsat program, který toto zajistí?

Úloha 5B (6 bodů):

Bobr Beryl staví všem zvířátkům v Království zvířat domečky. Některá zvířátka ale mají hodně zvláštní požadavky - třeba křeček Ametyst by si přál domeček dlouhý přesně $\sqrt{3}$ m. Beryl má k dispozici jen trojúhelník s ryskou a pravítko dlouhé jeden metr. Jak má sestrojít úsečku délky $\sqrt{3}$ m?