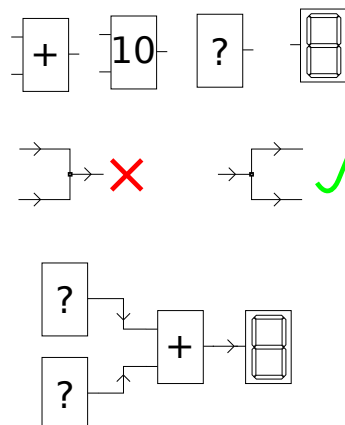


Úloha 3A (7 bodů):

Slimák Jirka pořádá všechny společenské akce v království zvířat. Aby se zvířátka mohla nerušeně bavit, musí Jirka neustále něco počítat, vybrané vstupné, počet jídel, které má objednat, atd. Protože mu všechno strašně dlouho trvá, rád by si sestrojil jednoduchou kalkulačku. K dispozici má 4 druhy součástek: sčítačku označenou symbolem $+$, která na vstupu přijímá dvě jednociferná čísla a na výstupu vrací poslední cifru jejich součtu. Např. vstupují-li do ní čísla 3 a 4, vrátí 7, avšak má-li na vstupech třeba 8 a 4, vrátí 2. Další krabička je označená symbolem 10, také do ní vstupují dvě jednociferná čísla a její výstup závisí na tom, zda je jejich součet větší nebo roven 10. Pokud ano, vrací krabička 1, pokud ne, vrací 0. Kromě těchto dvou krabiček může Jirka ještě využít tlačítko, které slouží k zadání jednoho jednociferného čísla (včetně nuly, na obrázku označeno symbolem $?$) a displej, který umí zobrazit cifru, která do něj vstupuje (nakreslen jako nevybarvená osmička). Delší číslo lze zobrazit jen umístěním více displejů vedle sebe.

Jednotlivé součástky se spojují dráty. Ty se mohou libovolně větvit, ale nikdy se nemohou spojovat (naznačeno na obrázku vpravo). Jirkovi se po krátkém zápase podařilo sestavit obvod, který umí sečíst dvě jednociferná čísla (opět na obrázku vpravo), ale samozřejmě mu nefunguje, je-li součet větší než 10, a Jirka by beztak chtěl, aby zvládal i dvouciferná čísla. Dokážete nakreslit obvod, který umí sečíst dvě libovolná přirozená čísla od 0 do 99 a zobrazí výsledek?

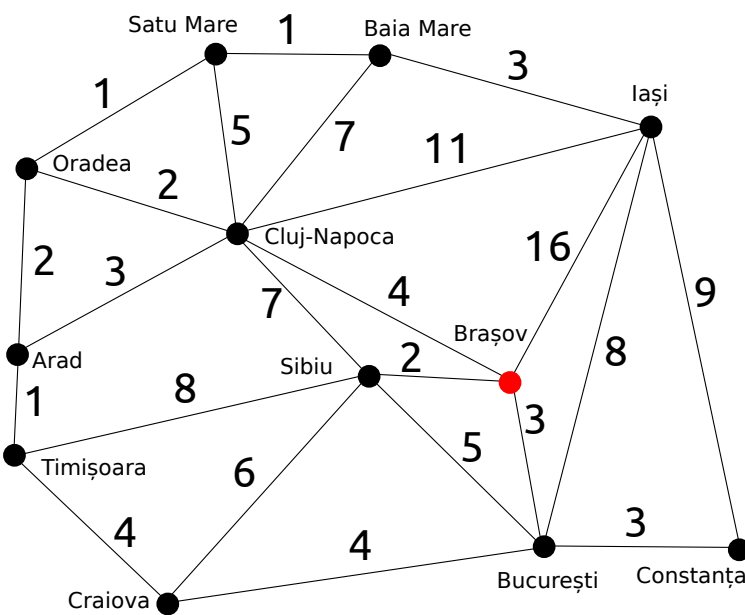
Nápověda: Představte si celý obvod jako sčítání dvou čísel pod sebou.



Úloha 4A (9 bodů):

Kapybara Helena a klokan Tadeáš chtějí jet na prázdniny do království Făgăraș, jehož schematickou mapu vidíte na obrázku vpravo. Ubytovali by se v Brașově a každý den by podnikli výlet do jiného města. Protože jsou velmi pečliví, chtějí znát nejkratší vzdálenosti z Brașova do všech ostatních měst, ale z mapy (která je jinak velmi nepřesná) vyčtou jen vzdálenosti mezi sousedními městy (čísla u každé silnice). V království Făgăraș je tolik měst a silnic, že se naši dvojici zdál tento úkol příliš náročný. Pak ale našli v chytrých knihách následující postup, jak najít nejkratší cestu z města A do města B:

- Pro každé město si pamatujte, zda jste jej již myšleně navštívili a délku nejkratší dosud známé cesty z A. Na začátku označte všechna města jako nenavštívená (včetně A), nejlepší cesta do A měří 0 a nejlepší cestu do všech ostatních měst nastavte na velmi vysoké číslo (např. 1000).
- Přejděte do města, které jste ještě nenavštívili a do něhož je dosud známá cesta z A nejkratší a označte jej jako navštívené. Díky tomu se do každého města myšleně dostanete nejvýše jednou. Na začátku tedy přejděte do města A.
- Označme město, ve kterém právě jste, jako „současné“ a vyberte si jedno nenavštívené město, které s ním sousedí. Sečtěte vzdálenost z A do současného města a délku cesty ze současného města k sousednímu. Pokud je výsledek menší než dosud nejkratší známá trasa z A do daného sousedního města, přepište jím nejkratší cestu z A do onoho sousedního města. Pokud není, nic se neděje. Postupně takto projděte všechny nenavštívené sousedy současného města.
- Jestliže je současné město B, ukončete prohledávání. Pokud ne, jděte na krok 2.
- U města B máte nyní poznamenanou nejkratší vzdálenost z A do B.



Jaké jsou nejkratší vzdálenosti z Brașova do všech ostatních měst v království Făgăraș? Je nutné pro každé město provádět všechny výpočty znovu nebo můžete využít předchozích výsledků? A jak se bude měnit odhad délky cesty z Brașova do Iași?

Úloha 5A (5 bodů):

Bažant Václav se zabývá výzkumem stromů. V poslední době se soustředí hlavně na arboretník duruidův, který má velmi zvláštní vlastnosti. Kmen vzrostlého stromu měří přesně 16 m. Větve z něj mohou směřovat jen do čtyř stran a na každé straně rostou 4 větve, každá dlouhá 4 metry. Z každé větve mohou růst menší větve jen do osmi stran a na každé straně roste 8 menších větví dlouhých 1 m. Podobně z každé menší větve mohou směřovat větvičky do 16 stran a na každé straně jich roste 16 dlouhých 25 cm. Václav by rád znal celkovou délku větví jednoho stromu, ale čísla se mu motají před očima a stále se nemůže dobrat správného výsledku. Pomůžete mu?

Ahoj!

Vítej ve IV. ročníku korespondenční soutěže Jáma Lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6.–9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma Lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Tebe čeká 5 záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pro všechny soutěžící je připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhneš do víru zadání, přečti si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžeš přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na tábor se může přihlásit libovolný soutěžící. V případě nadbytku zájemců (kapacita tábora je 24 účastníků) mají přednost ti s lepším umístěním v soutěži.
- Na zvláštní papír napiš svoje jméno, školu, třídu a email nebo telefon, abychom Tě (např. kvůli účasti na tábore) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu piš na samostatný papír A4. U horního okraje napiš své jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očíslej.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým ses dostal/a k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíš, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžeš získat body.
- V tomto kole můžeš dohromady získat 32 bodů. Nemusíš řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sleduj webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Své řešení nám pošli do **9. listopadu 2012** na email jamalvova@jamalvova.cz nebo na adresu:

Odbor vnějších vztahů – Jáma Lvová,
Rektorát ČVUT,
Žitná 4,
166 36 Praha 6

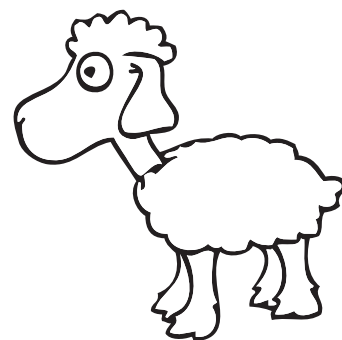
Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení přejí

Hanka, Kamča, Lucka, Terka, Lukáš, Pepa, Martin, Tomáš, Tomáš a Štefan.

Kategorie starší

Úloha 1B (5 bodů):

V království zvířat se připravují každoroční slavnosti ovčího sýra a král Levhart se rozhodl na počest každé ovce v království vyvěsit jednu papírovou ovečku na nástěnku. Vystřihování se ujalo 5 dvorních střihaček: Anežka, Bětka, Cilka, Dominika a Evženie. Každá ví, jak dlouho jí stříhání trvá. Anežka vystřihne za jednu hodinu 432 dm, Bětka za hodinu vystřihne 36 m, Cilka stříhá rychlostí 72 cm za minutu, Dominika 90 cm za minutu a Evženie postupuje rychlostí 9 mm za sekundu. Na slavnost je třeba vystřihnout přesně 40 oveček, přičemž každá má obvod 36 cm. Jak si mají střihačky ovečky rozdělit, aby byly hotové co nejdříve? Jak dlouho jim bude vystřihování trvat? Střihačky si nemohou mezi sebou ovečky předávat, jakmile nějakou začnou, musí ji už dokončit.



Úloha 2B (6 bodů):

Představte si, že n je přirozené číslo a označme $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$ (čteme n faktoriál). Kolika nulami končí číslo $(101!)$?

Úloha 3B (7 bodů):

Provincii Zohorac království zvířat sužuje už mnoho let úmorné sucho, a tak král zvířat rozhodl najít dostatečně silný pramen. Zvířátka z provincie Zohorac našťastí moc vody nepotřebují, takže stačí, aby z něj mohla čerpat 5 litrů za sekundu. Po dlouhém putování pouští nakonec jeden objevila, ale nemohou jej ihned využít, protože na něm sedí hrůzostrašná ropucha Jarka. Zvířátka se rozhodla, že se jí pokusí vyhnat jen tehdy, bude-li pramen dostatečně silný. Jarka vždy 10 minut hltá veškerou vodu z pramene a potom ji vyvrhne do svého soukromého bazénu. Protože to dělá opakovaně po delší dobu, vypadá už velmi podivně: na začátku hltání má tvar koule o poloměru 10 cm a po deseti minutách se z ní stane koule o poloměru 1 m. Zvířátka sice dokázala najít v tabulkách vzoreček pro objem koule, ale dál se ve výpočtu nedostala. Poradíte jim, kolik litrů vody za sekundu teče z pramene a zda má tedy smysl pokusit se Jarku odehnat?

Úloha 4B (9 bodů):

Mamuti Ada a Charles mají v Království zvířat nevděčné zaměstnání: tvorbu matematických tabulek. Práce je ale moc nebaví, věda v jejich zemi není tak pokročilá jako naše, takže musí všechny výpočty provádět z hlavy. Jednoho dne už byli tak zoufalí, že se rozhodli sestavit samočinný počítač. Jeho hlavními součástmi jsou velmi dlouhá páska a čtecí hlava. Páska je rozdělena na políčka a v každém je zapsáno nějaké přirozené číslo (na začátku všechna políčka obsahují nulu). Čtecí hlava je v každém kroku právě nad jedním políčkem (to se nazývá „aktivní“) a o ostatních v tu chvíli nemá tušení (na začátku je nad prvním políčkem pásy). Programy se zapisují pomocí osmi příkazů:

- > Posuň hlavu o jeden krok doprava.
- < Posuň hlavu o jeden krok doleva.
- + Zvětš o 1 číslo na aktivním políčku.
- Zmenš o 1 číslo na aktivním políčku.
- . Vytiskni obsah aktivního políčka na tiskárně.
- , Načti číslo z klávesnice a ulož jej do aktivního políčka.
- [Jestliže aktivní políčko **neobsahuje** 0, pokračuj následujícím příkazem, jinak skoč na příkaz následující bezprostředně za odpovídajícím znakem].
-] Jestliže aktivní políčko **obsahuje** 0, pokračuj následujícím příkazem, jinak skoč zpět na příkaz následující bezprostředně za odpovídajícím znakem [.

Všechny ostatní znaky jsou ignorovány. Například následující program načte na první políčko pásy číslo zadané z klávesnice a přesune ho na druhé políčko (přičte ho k nule na druhém políčku):

```
,      Načti číslo z klávesnice
[
-      Zmenš číslo na aktivním (na prvním) políčku o 1
>      Posuň hlavu doprava (na druhé políčko)
+      Zvětš číslo na aktivním (na druhém) políčku o 1
<      Posuň hlavu doleva (zpět na první políčko)
]
```

Adě ale tento jednoduchý kód nestačí a chtěla by vymyslet program, který na druhé a třetí políčko pásy načte dvě čísla, na první uloží jejich součet a vytiskne ho na tiskárně (obsah druhého a třetího políčka po skončení výpočtu jí nezajímá). Dokážete takový program napsat?

Úloha 5B (5 bodů):

V království zvířat se stala nemilá věc - kryse Fany někdo ukradl pět bochníků výborného sýra. Případ dostal na starost zkušený policejní komisař kačer Oldřich a brzy se mu podařilo vytipovat pět podezřelých: racka Davida, kočku Kristýnu, králíka Radovana, kozla Viktora a bobra Víta. Při výslechu se od nich dozvěděl toto:

David: Na Viktora si dejte pozor - ten lže, jako když tiskne.

Kristýna: David, to je můj dobrý kamarád - ten by nikdy nic neukradl. A Vít taky ne.

Radovan: Jsou mezi námi alespoň tři zloději.

Viktor: Kristýna ukradla nejvíc sýrů ze všech.

Vít: David ukradl dva sýry.

Oldřich bohužel neví, kolik zvířátek je do loupeže zapleteno. Jediné, čím si je jistý, je to, že kdo lže, ten taky krade (a naopak), takže žádný ze zlodějů mu při výslechu neřekl pravdu a naopak, informace od nevinných zvířátek byly určitě správné. Dokážete Oldřichovi poradit, které zvířátko ukradlo kolik sýrů?

