

Milí přátelé!

Vítáme Vás ve II. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. - 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 záluďných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtete si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na zvláštní papír napište svoje jméno, školu, třídu a email nebo telefon, abychom Vás (např. kvůli účasti na tábore) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu pište na samostatný papír A4. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevysvěľtíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 36 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení pošľete do **15. dubna 2011** na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma lvová
Rektorát ČVUT
Žikova 4
166 36 Praha 6

nebo na email jamalvova@jamalvova.cz.

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přejí

Eva, Hanka, Kamča, Lucka, Zdeňka, Zuzka, Honza, Lukáš, Pepa, Tomáš a Štefan.

Kategorie mladší

Úloha 1A (5 bodů):

Zvířátka uspořádala volejbalový turnaj. Zúčastnily se ho čtyři týmy: reprezentace Království zvířat, reprezentace Levhartova království, TJ Mosfetovi loupežníci a Sokol Otvírákovo. Volejbalový zápas se hraje na tři vítězné sety a pokud družstvo vyhraje 3:0 nebo 3:1, zapíší se mu do tabulky 3 body, když vyhraje 3:2, dostane 2 body, prohraje-li 2:3, přičte se mu jeden bod a za prohru 1:3 nebo 0:3 nedostane nic. Týmy hrály systémem každý s každým a konečná tabulka turnaje vypadala takto:

Tým	Body	Sety (vítězné:prohrané)
Království zvířat	7	9:4
Levhartovo království	5	7:7
TJ Mosfetovi loupežníci	4	6:7
Sokol Otvírákovo	2	4:8

Jak dopadly jednotlivé zápasy?



Úloha 2A (7 bodů):

Sysel Tomáš si chce před zimou udělat pořádek ve spižírně, a tak se rozhodl, že všechny své pšeničné klasy rozdělí do několika stejných menších skupin. Když je zkusil rozdělít po 3, jeden mu zbyl. Rozdělil je tedy po 4 a tentokrát mu zbyly 2. Když utvořil skupinky po 5, zůstaly mu 3 klasy, a když po 6, zůstaly 4. Tomáš je už bezradný - jak má klasy rozdělít, aby mu žádný nepřebýval? A kolik klasů má celkem ve spižírně, víme-li, že jich je méně než 100?

Úloha 3A (8 bodů):

Vyzbrojeni šavlemi a pistolemi vydávají se posádky pirátských veverek na dobrodružné plavby za slávou a nebezpečím. Tři veverky, Vanda, Xena a Zora, dopluly až k ostrovu Ardillas Isla, na kterém našly poklad. Hluboko v písku ležela pozlacená truhla a v ní 100 oříšků. Naše hrdinky jsou však pirátky a sobecky chtějí pro sebe co největší část pokladu. Podle pirátského kódu cti rozhoduje o dělení vždy nejstarší žijící veverka (v našem případě je nejstarší Vanda a nejmladší Zora). Vysloví nějaký návrh a všechny veverky (včetně nejstarší) o něm hlasují. Pokud alespoň polovina hlasuje „pro“, je návrh přijat, oříšky se rozdělí a posádka se vydá na další plavbu. Pokud však hlasuje „pro“ méně než polovina, hodí nejstarší veverku přes palubu a o dělení rozhoduje nová nejstarší pirátka. Veverky se při hlasování rozhodují takto:



„Pro“ hlasují jen tehdy, pokud ví, že by stejně více oříšků nedostaly (ať už je návrh přijat nebo by o dělení rozhodovala druhá nejstarší veverka). Neuzavírají mezi sebou dohody a nijak se nedomlouvají, hlasují jen samy za sebe. Nejstarší veverka se vždy snaží získat co největší část pokladu. Kdyby se plavily bez Zory, navrhla by Vanda 100 oříšků pro sebe a 0 pro Xenu, protože ta ji sama nedokáže přehlasovat.

Jaké dělení má Vanda navrhnout, aby dostala co nejvíce oříšků a zároveň ji Xena se Zorou nehodily žralokům? A jak se její návrh změní, když s nimi popluje i Žaneta, která je ze všech nejmladší?

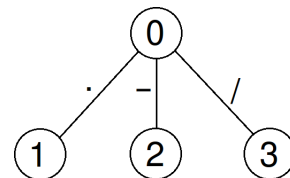
Úloha 4A (10 bodů):

V dnešní době rádi nakupujeme přes internet, nicméně do království zvířat ještě nedorazil, a tak zvířátka nakupují pomocí zpráv, které doručují poštovní holubi. Lev by si rád objednal čerstvé ovoce a předal královské poště lístek se vzkazem, který mají poslat. Stojí na něm jednoduchá zpráva „Pošlete 10 ananasů“.

Předávání dopisů mezi poštami funguje takto: zpráva se přepíše do morseovy abecedy, holub si ji celou zapamatuje, doletí na místo určení a tam ji zobákem vyklepe do podlahy. To je ale náročné na paměť a někdy dojde vzkaz zkomolený. Zprávu od lva proto pošta svěřila holubovi Honzovi, který vyniká spolehlivostí. Pošlete 10 ananasů se v morseově abecedě zapíše

. - - - / - - - / ··· / · - · · / · / - / · / / · - - - - / - - - - - // · - / - · / · - / - · / ··· / ··· - //

Honza je velmi vynalézavý a zprávu převede na kratší sekvenci čísel. Nakreslí si jednoduchý strom, který vidíte na obrázku vpravo. Zatím obsahuje jen vrcholy 0 až 3 a tři spojnice označené znaky -, · a / (pozor, morseova abeceda má tři znaky, nikoli jen dva). Začne v bodě 0 a postupuje podle těchto pravidel:



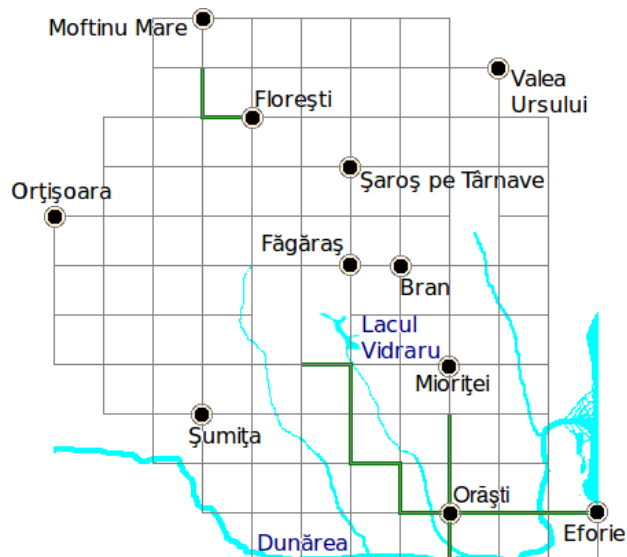
Odřízne první znak zprávy a zapíše si ho do poznámkového bloku (na nový list, aby se mu nepletly). Pokud ze současného vrcholu vede spojnice označená stejným znakem, který si právě poznamenal, přesune se po ní do nejbližšího vrcholu. Pokud ne, zapamatuje si číslo vrcholu, v němž se právě nachází. Pak nakreslí nový vrchol, označí jej číslem, které se ve stromu ještě nevyskytuje, spojí ho se

současným vrcholem, spojnicí označí znakem, jež si poznamenal do bloku, a vrátí se do bodu 0. Potom opět odřízne první znak zprávy, hledá jím označenou spojnicí, která vede ze současného vrcholu, a postupuje podle pravidel. A tak pokračuje, dokud nevyčerpá všechny znaky zprávy.

Jaká čísla a v jakém pořadí si bude Honza pamatovat?

Úloha 5A (6 bodů):

Zvířátkům se tak zalíbilo vyprávění o království Făgăraș, až se rozhodla, že je celé projedou na kole. Mapa, jež používají (obrázek vpravo), je rozdělena na 11x11 čtverečků (některé chybí), které představují silniční síť. Na kole se může jezdit jen po obyčejných silnicích (tenké čáry), zatímco na dálnici zvířátka nesmí (tlusté, mohou je ale přejet nebo se jich dotknout v jednom bodě). V legendě se píše, že mapa má měřítko 1:500000 (1 cm na mapě odpovídá 500000 cm ve skutečnosti) a má tvar čtverce o straně 1,5125 loktů (1 loket je 64 centimetrů). Zvířátka chtějí vyrazit z města Orțișoara, potom jet do Șumîța, pokračovat k jezeru Vidraru a dále postupně navštívit Bran, město Făgăraș, Șaroș pe Târnave, Florești a skončit v Mof-tinu Mare. Kolik kilometrů bude měřit jejich cesta, jestliže ji chtějí zvolit co nejkratší a zároveň žádný bod na mapě nechtějí navštívit dvakrát?



Milí přátelé!

Vítáme Vás ve II. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. - 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtěte si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na zvláštní papír napište svoje jméno, školu, třídu a email nebo telefon, abychom Vás (např. kvůli účasti na tábore) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu pište na samostatný papír A4. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 36 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení posílejte do **15. dubna 2011** na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma lvová
Rektorát ČVUT
Žitkova 4
166 36 Praha 6

nebo na email jamalvova@jamalvova.cz.

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přejí

Eva, Hanka, Kamča, Lucka, Zdeňka, Zuzka, Honza, Lukáš, Pepa, Tomáš a Štefan.

Kategorie starší

Úloha 1B (5 bodů):

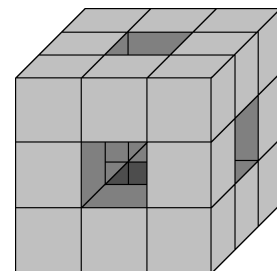
Věřte nevěřte, i zvířátka chodí do školy. A jeden takový školák, klokan Ivan, dostal velice nepříjemný úkol - za týden musí přečíst příšerně nudnou knihu. Aby si to usnadnil, rozdělil ji na 7 stejných částí a rozhodl se, že každý den přečte jednu. Tři dny své předsevzetí dodržoval, ale pak odjel se spolužákem koalou Martinem na dva dny na výlet a na knihu úplně zapomněl. Když se vrátil domů, zděšeně si uvědomil, že pokud ji má celou dočíst, musí po zbylé dva dny každý přečíst o 45 stran více, než původně plánoval. Kolik stran má Ivanova kniha?



Úloha 2B (7 bodů):

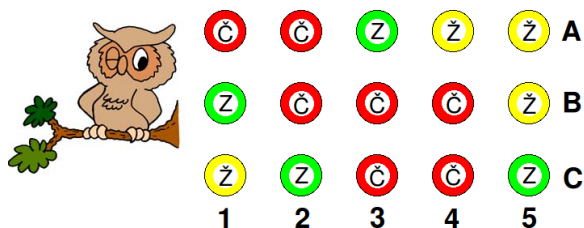
Datel Andrej našel v lese dřevěnou krychli o hraně neznámé délky. Nenapadlo ho nic menšího, než ji rozdělit na 27 stejných krychliček, z každé stěny odebrat tu uprostřed a dále odebrat krychličku uprostřed původní krychle (viz obrázek vpravo). To mu ale nestačilo, a tak každou krychličku dále rozdělil na 27 stejných menších dílů a opět odebral díly uprostřed stěn a uprostřed celé krychličky. A ještě jednou, každý díl rozdělil na 27 malých krychliček a odstranil krychličky uprostřed stěn a jednu uprostřed celého dílu.

Objem odebraného materiálu je $182546,875 \text{ cm}^3$. Jaký je objem zbytku?



Úloha 3B (8 bodů):

Puštík Boris loví myši ve velmi zvláštním lese, ve kterém stromy rostou do mřížky jako na obrázku vpravo. Boris ví, že v každém sloupci žije právě jedna myš. Myši svá doupata budují vždy u jednoho stromu, ale z dálky bohužel není vidět, u kterého. Přesné umístění lze jen odhadnout podle barvy listů (většina myši má nejraději stromy ze zelenými listy, s nažloutlými už méně a těm s načervenalými listy se spíše vyhýbají). Boris toho při lovu nechce nalézat zbytečně moc, a tak si v každém sloupci zvolí jeden strom, ke kterému poletí, a přesunuje se mezi nimi postupně od prvního do pátého sloupce. Stromy si ohodnotil podle pravděpodobnosti, že u něj najde myš: zelené číslem 5, žluté 3 a červené 1. Podobně si ohodnotil možné přelety mezi sloupci. Nezmění-li řádek, má pro něj takový přesun hodnotu 3. Pokud letí o řádek níže nebo výše, ohodnotí jej číslem 2 a když letí o dva řádky níže nebo výše, ohodnotí jej číslem 1 (preferuje kratší přelety, Boris je líný puštík). Přelet ze startovní pozice na libovolný strom v prvním sloupci má hodnotu 1. Hodnota celé cesty je rovna součinu ohodnocení všech navštívených stromů a přeletů.

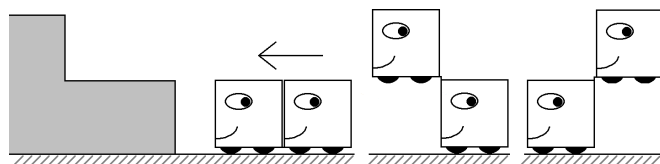


Pomůžte najít Borisovi cestu, která splňuje všechna pravidla a má maximální hodnotu? Na kterém stromě v prvním sloupci začne a na kterém stromě v pátém sloupci skončí?

Nápověda: Najděte nejprve nejlepší cesty ke všem stromům ve druhém sloupci. Stačí pro nalezení nejlepších cest ke všem stromům ve třetím sloupci znát hodnoty cest do předchozího sloupce, nebo je třeba hledat zase od začátku?

Úloha 4B (10 bodů):

Tajný agent kormorán Michal vyrobil pro rozvědku království zvířat dva průzkumné roboty, kteří dokáží překonávat schody. Mají tvar krychle a jsou spojeni propojkou s nastavitelnou výškou, takže mohou jeden druhého zvedat. Roboti jsou řízeni takto: na konci každé sekundy si oba spustí řídicí program a vyberou nějakou akci, kterou provedou v příští sekundě. Na jejím konci opět spustí řídicí program a tak pořád dokola. V každém kroku mohou provést nejvýše jednu z následujících akcí:

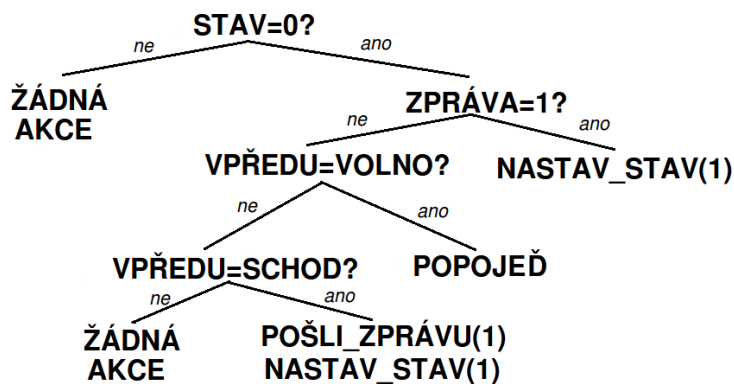


- ZVEDNI_DRUHÉHO - zvedne druhého robota do výšky (nemůže zvednout sám sebe), robot nemůže být ve vzduchu déle než tři sekundy, jinak se oba převrátí
- POPOJEĎ - je-li robot na zemi, popojede o kousek dopředu (druhého tlačí nebo táhne), jinak se mu jen neškodně protáčí kolečka
- POŠLI_ZPRÁVU(číslo) - pošle druhému robotu zprávu „číslo“, zpráva vydrží ve schránce jen následující sekundu a pak zmizí

Kromě těchto akcí mohou navíc změnit svůj vnitřní stav: NASTAV_STAV(číslo) (vnitřní stav představuje robotovu paměť, počáteční stav je roven 0). Aby se dokázal správně rozhodnout, umí se robot dotázat na svoje okolí a vnitřní stav:

- VPŘEDU=objekt? - je přede mnou daný objekt? (VOLNO, SCHOD nebo ROBOT)
- ZPRÁVA=číslo? - mám ve schránce zprávu „číslo“?
- STAV=číslo? - je můj vnitřní stav roven „číslo“?

Výsledný program má podobu rozhodovacího stromu, který je stejný pro oba roboty. Kdyby se např. řídili programem na obrázku vpravo, dojeli by společně k nejbližšímu schodu, tam by vedoucí poslal druhému robotu zprávu a potom by oba tiše čekali na vybití baterií. Dokážete sestavit program, který bude stejný pro oba roboty a umožní jim vystoupat libovolný počet schodů?


Úloha 5B (6 bodů):

Donald a Pascal jsou dva soutěživí dikobrazi, kteří mezi sebou neustále uzavírají nejrůznější sázky. Jednoho dne se třeba rozhodli, že ve svém doupěti postaví stěnu širokou 100 cm a vysokou 200 cm a budou na ni střílet ostny, aby se trefili co nejbližší ke středu. Když dostřídili, odměřili krejčovským metrem, že se Donald trefil do těchto souřadnic (první číslo v závorce udává vzdálenost v centimetrech od levého okraje a druhé číslo od země): [40, 78], [17, 62], [76, 105], [51, 96], [35, 135]. Pascalovy pokusy dopadly takto: [42, 98], [75, 89], [20, 114], [42, 111], [58, 112].

Výsledek se rozhodli bodovat stejným způsobem, jako by na stěně visel kruhový terč se středem v bodě [50, 100] složený z osmi soustředných kruhů. Poloměr prvního je 5 cm a jeho zásah se počítá za 128 bodů. Každý další kruh má poloměr o 5 cm větší než ten předešlý a počítá se za polovinu bodů. Kdo zápas vyhrál a s jakým skóre?