

Milí přátelé!

Vítáme Vás ve II. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. - 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 základních úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtěte si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na zvláštní papír napište svoje jméno, školu, třídu a email nebo telefon, abychom Vás (např. kvůli účasti na tábore) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu pište na samostatný papír A4. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 32 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení posílejte do 1. listopadu 2010 na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma lvová
Rektorát ČVUT
Žitkova 4
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přejí

Eva, Hanka, Kamča, Lucka, Zdeňka, Zuzka, Honza, Lukáš, Pepa, Tomáš a Štefan.

Kategorie mladší

Úloha 1A (5 bodů):

V království zvířat se odnepaměti pěstuje kukuřice. Každý rok se zvířátka těší na sklizeň, ale letos se stalo něco hrozného: Jakmile se přiblížila k lánu kukuřice, vyskočilo z něj prasátko Kamča a začalo divoce chrochtat, čehož se zvířátka polekala a utekla. A to samé se stalo druhý den, třetí, čtvrtý... Zvířátka si ale všimla, že se Kamča neobjevuje náhodně, a tak si po několik dní zapisovala její polohu. Na obrázku vpravo vidíte kukuřičné pole rozdělené do sítě 16x8 čtverců. Čísla označují dny, kdy se chrochtající prasátko na daném místě objevilo (první den byla zvířátka příliš rozrušená a Kamčinu pozici si nezapamatovala). Aby mohly žně začít, musí si zvířátka na Kamču počíhat a lapit ji do sítě. Nikdo z nich ale neví, kde se objeví příště, a tak Vás prosí o pomoc. Na kterém políčku se Kamča objeví osmý den? A na kterém byla první den?

6																	
								4									
		2															
				3													
													5				
								7									

Úloha 2A (6 bodů):

Norek Miroslav potřebuje získat povolení na novou noru. Na úřadě jej vydávají čtyři úředníci a každý je jinak rychlý. Paní v prvním okénku vyřídí za 10 minut 6 standardních žádostí, ve druhém okénku 4 standardní žádosti za 10 minut, ve třetím 5 za 10 minut (přepážka však za hodinu a půl zavírá) a za poslední přepážkou sedí šnek Dalibor, který zvládne 3 žádosti za 10 minut. Mirek si také všiml, že drží-li někdo ve frontě modrou obálku, vyřídí svoji žádost za 1,5 násobek standardní doby a má-li někdo bílou obálku, je hotový za polovinu času. Některá zvířátka navíc s úředníky zbytečně klábosí a doba vyřízení jejich žádosti se ještě zdvojnásobí.

Do které fronty se má Mirek postavit, chce-li mít jistotu, že se dostane na řadu co nejdříve? Předpokládejme, že v každé frontě si přesně polovina zvířátek chce poklábosít (Mirek je nepozná, ale jsou to ta s časově nejnáročnějšími žádostmi) a délky front jsou tyto:

1. 60 lidí, z toho 14 bílá obálka a 18 modrá
2. 40 lidí, z toho 30 bílá obálka a 8 modrá
3. 32 lidí, z toho 10 bílá obálka a 14 modrá
4. 40 lidí, z toho 18 bílá obálka a žádná modrá

Úloha 3A (7 bodů):

Sněhurka by chtěla trpaslíkům nechat udělat nové postýlky, avšak zapoměla, jak jsou vysokí. Pamatuje si jen, jak je podle výšky seřadit (Prófa nejvyšší, Šmudla nejmenší a žádní dva neměří stejně), a přibližně i jejich obvody pasu:

1. Prófa - 78-80 cm
2. Kýchal - 52-54 cm
3. Bručoun - 42-44 cm
4. Rýpal - 63-65 cm
5. Stydlín - 52-54 cm
6. Štístko - 63-65 cm
7. Šmudla - 42-44 cm

Součet výšek Prófy a Šmudly je menší než dva metry a jejich rozdíl menší než metr. Sněhurka také ví, že výška a obvod pasu trpaslíka spolu souvisí - první číslici obvodu pasu získáme sečtením jednotlivých číslic výšky a druhou jejich vynásobením. Dokážete Sněhurce poradit, jak jsou trpaslíci vysokí?

Úloha 4A (9 bodů):

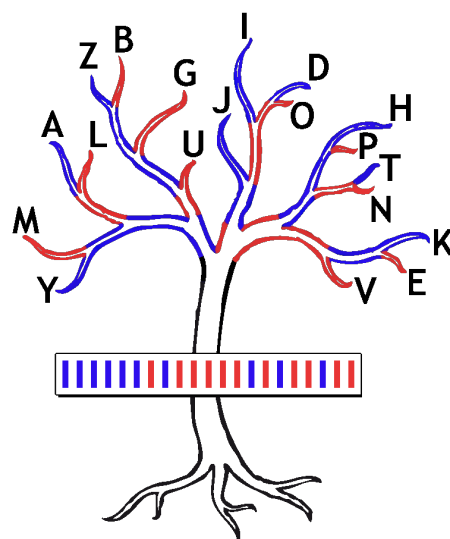
Na každoročním sněmu 12 kmenů království Deuteronomium se sešli tito náčelníci: 1. antilopa, 2. bizon, 3. cvrček, 4. dikobraz, 5. emu, 6. fretka, 7. gorila, 8. hroch, 9. ibis, 10. jaguár, 11. krokodýl a 12. lenochod. Usedli na 12 židlí kolem kulatého stolu a začali spolu rokovat. Jednání je ale tajné a je o něm známo velmi málo informací:

- Mezi dikobrazem a ibisem sedí právě jedno zvířátko.
- Bizon sedí naproti emu.
- Vedle fretky nesedí ani bizon, ani gorila.
- Sousedem hrocha je buď emu, nebo krokodýl.
- Vedle bizona sedí dvě zvířátka z druhé půlky (čísla 7 - 12).
- Vpravo od dikobraza sedí jeden z dvojice krokodýl/lenochod.
- Na místě vpravo od fretky sedí zvířátko z druhé půlky (čísla 7 - 12).
- Na dvou nejbližších místech vlevo od antilopy nesedí ani krokodýl ani lenochod.
- Vedle hrocha sedí dvě zvířátka z první půlky (čísla 1 - 6).
- Bizon nesousedí s gorilou.
- U stolu jsou právě tři sousedící dvojice zvířátek takové, že rozdíl jejich čísel je přesně šest (tedy 7-1, 8-2, ..., 12-6).

Dokážete zjistit, jak jsou náčelníci rozesazeni kolem stolu?

Úloha 5A (5 bodů):

Havran Erik rád zkoumá se svým hvězdoletem hluboký vesmír. Jednou našel při svých cestách poklad a ukryl ho na jedné planetě. Aby nezapomněl její jméno (a aby na něj nikdo jiný nepřišel), vrátil se na Zem a vysadil si na zahrádce speciální strom, který mu bude jméno oné planety připomínat (obrázek vpravo). Erik jej zapsal pomocí svislých modrých a červených čárek. Každá znamená posun po větvi stejné barvy, jakou má daná čárka. Když si chce Erik připomenout název planety, začne na kmeni, posune se po větvích podle svislých čárek a když už nemůže dál, zapamatuje si příslušné písmenko. Pak se vrátí zpátky na kmen a pokračuje stejným způsobem, dokud nevyčerpá všechny svislé čárky. Už víte, jak se jmenuje planeta, na které Erik zanechal svůj tajný poklad?



Milí přátelé!

Vítáme Vás ve II. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvoová, kterou pořádá České vysoké učení technické v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. - 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvoová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída). Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtěte si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola.
- Na zvláštní papír napište svoje jméno, školu, třídu a email nebo telefon, abychom Vás (např. kvůli účasti na tábore) mohli kontaktovat.
- Každou úlohu pište na samostatný papír A4. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 32 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení posílejte do 1. listopadu 2010 na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma lvoová
Rektorát ČVUT
Žitkova 4
166 36 Praha 6

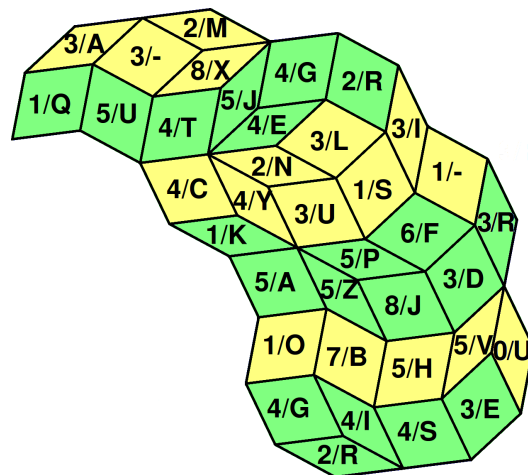
Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přejí

Eva, Hanka, Kamča, Lucka, Zdeňka, Zuzka, Honza, Lukáš, Pepa, Tomáš a Štefan.

Kategorie starší

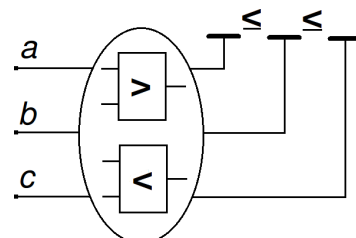
Úloha 1B (5 bodů):

Před třemi tisíci lety existovala na území dnešního království zvířat Maramureská civilizace. Archeologové se o ní po více než půl století snažili zjistit co nejvíce informací, avšak až poslední vykopávky z okolí jezera Paltinu přinesly nové poznatky o jejím konci. Maramures byl napaden sousedními státy a smeten z povrchu zemského. Archeologové našli rozvrácené domy, zničené svatyně a podle roztavených zlatých ozdób usoudili, že královský palác lehl popelem. Oheň nicméně vypálil hliněné tabulky používané místo papíru, takže se dochovaly až do dneška. Na dvou z nich byl zašifrován maramureský národní strom. Obě tabulky měly shodný tvar a skládaly se z mnoha čtyřúhelníků. První obsahovala v každém čtyřúhelníku jedno z čísel 0, 1, 2. Každý čtyřúhelník ve druhé tabulce obsahoval součet čísel sousedních čtyřúhelníků v první tabulce a přidružené písmeno (obrázek vpravo). Název stromu se čte zleva doprava po barevně vyznačených řádcích a platí jen písmena, jejichž čtyřúhelník obsahuje v první tabulce číslo 1. Těsně před invazí však Maramureští první tabulku rozmazali a archeologové Vás prosí o pomoc. Jak se jmenoval maramureský národní strom?



Úloha 2B (6 bodů):

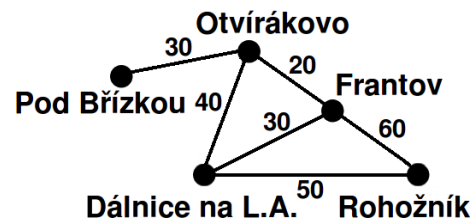
Myšák Marko očekává vzácnou návštěvu. Za týden k němu přijede Popelka a Marko by jí rád věnoval tři oříšky setříděné podle velikosti. Je to ale trochu popleta, a tak Vás prosí o pomoc. Chtěl by sestavit přístroj, který setřídí libovolná tři čísla podle velikosti. Můžete použít dva druhy krabiček: krabičku $\boxed{<}$, která má dva vstupy, porovná jejich hodnoty a na výstupu vrací menší z nich. Druhá krabička je $\boxed{>}$, má také dva vstupy, ale vrací větší z nich. Pokud vstupují do nějaké krabičky dvě stejná čísla, pak se daná hodnota objeví i na výstupu. Dokážete nakreslit zapojení přístroje, který pomocí krabiček $\boxed{<}$ a $\boxed{>}$ setřídí libovolná tři čísla podle velikosti?



Úloha 3B (7 bodů):

Rejsek Zdeněk si pořídil kamion a obchoduje s nejrůznějším zbožím. Každé ráno dojede do nějakého města (může jet i přes více měst) a odpoledne v něm prodá svůj náklad a nakoupí nový. V jeden den může obchodovat nejvýše v jednom městě. Mapu území, po kterém Zdeněk jezdí, vidíte na obrázku vpravo a ceny zboží v jednotlivých městech jsou v následující tabulce (nákup/prodej):

	Otvírákovo	Rohožník	Dálnice na L.A.	Frantov	Pod Břízkou
Letadla bez křídél	600/-	400/-	-/700	-/-	300/-
Antihmota	-/-	400/-	-/-	300/-	-/600
Akvarijní rybky	500/-	-/800	-/600	-/-	200/-

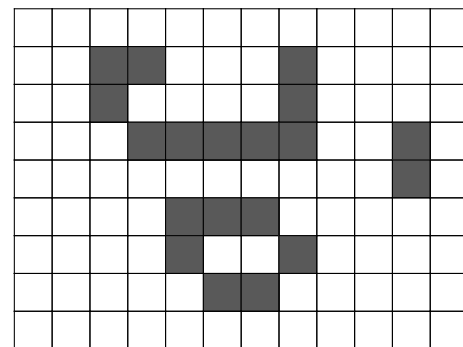


V každém městě může Zdeněk nakoupit jen jeden druh zboží a musí jím zaplnit celý kamion. Stejně tak může prodat jen celý náklad kamionu najednou a nikoli např. prodat půlku nákladu a doplnit jej jiným zbožím (v tabulce jsou ceny za celý kamion). Na začátku má kamion prázdný, v kasičce 300 korun a startuje z Otvírákova. Za ujetý kilometr platí jednu korunu. Přes jaká města má Zdeněk jet a s jakým zbožím obchodovat, aby za týden (7 dní) vydělal co nejvíce?

Úloha 4B (9 bodů):

Lama Denisa ze Zvířecí akademie věd se snaží vyšlechtit nový druh buněk. Zatím se jí ale moc nedaří, než stačí provést sebekratší experiment, buněčná kolonie vymře. Buňky (šedé čtverečky) žijí ve čtvercové síti na obrázku vpravo a chovají se podle dvou jednoduchých pravidel:

- Jestliže se v nejbližším okolí buňky nachází 2 nebo 3 živé buňky, přežije do další generace. V opačném případě (0, 1, 4 - 8 buněk) zemře.
- Pokud jsou v nejbližším okolí prázdného políčka právě tři živé buňky, vznikne na tomto políčku v příští generaci nová buňka.



Všechny buňky mění svůj stav (živá/mrtvá) v jeden okamžik. Denisa by už ráda provedla svoje experimenty, a tak Vás prosí o pomoc. Dokážete přemístit dvě buňky tak, aby ve všech následujících generacích zůstal počet buněk v kolonii neměnný?

Úloha 5B (5 bodů):

Chovatelka ovcí Bára dostala další ze svých šílených nápadů a přestěhovala se na planetu zvanou Hyperboloid v souhvězdí Parabola. Na této planetě neplatí geometrie, jakou známe my. Když Bára kreslila plán nové ohrady, narýsovala osy x a y a dále mohla použít jen dva druhy „přímek“: kolmici na osu x a polokružnici, jejíž krajní body leží na ose x . Obsah mnohoúhelníka se počítá ještě podivněji: Je dán vzorcem $180 \cdot (\text{počet vrcholů} - 2) - (\text{součet vnitřních úhlů})$. Protože se nám některé „přímky“ jeví jako kružnice, berte úhel mezi dvěma kružnicemi jako úhel, který svírají jejich tečny (podobně úhel mezi kružnicí a kolmicí na osu x). Na obrázku vidíte tvar Bářiny ohrady (vyznačena žlutě). Jaký je její obsah?

