



Milí přátelé!

Vítáme Vás ve druhém kole I. ročníku korespondenční soutěže Jáma Ilová pořádané pod záštitou Českého vysokého učení technického v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma Ilová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 záludných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída), zúčastnit se však mohou řešitelé i z nižších tříd. Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtěte si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola. Pokud se Vaše škola soutěže oficiálně neúčastní, připište Vaše jméno a adresu (nejlépe na zvláštní papír), na kterou si přejete zasílat opravená řešení.
- Každou úlohu pište na samostatný papír. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevyvětlíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 32 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení posíľte do **11. ledna 2010** na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma Ilová
Rektorát ČVUT
Žikova 4
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přejí

Lucka, Eva, Honza, Lukáš, Michal, Tomáš a Štefan.

Kategorie mladší

Úloha 1A (5 bodů):

Jejich revírem je dálnice, jejich tempo je pomalé, protivníci jim unikají. Pracují ve dne v noci, jejich úkolem je chránit bezpečnost království. Želvy Píďa, Žofinka, Pufík a Ferda Vás prosí o pomoc s řešením jejich případu. Opět jim uniká zlý Trhač v pancéřovaném voze značky Volvo a chtějí zjistit jeho poznávací značku. Naši neohrožení hrdinové ví, že je to šesticiferné číslo a každý si navíc povšiml jedné zvláštnosti:

Píďa: „Celé číslo si nepamatuji, ale všiml jsem si, že je dělitelné devíti.“

Žofinka: „Ani já celé číslo neznám, ale první cifra je stejná jako šestá, druhá cifra má stejnou hodnotu, jako pátá a třetí cifra se shoduje se čtvrtou.“

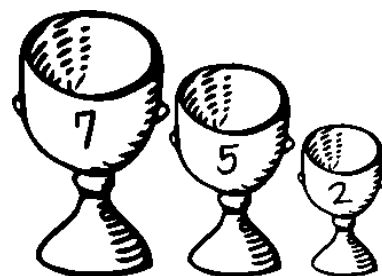
Pufík: „Já jen vím, že třetí cifra byla dvakrát větší než šestá a druhá cifra nebyla největší ze všech.“

Ferda: „A já vím, že druhá cifra byla lichá.“

Jakou poznávací značku má vůz zlého Trhače?

Úloha 2A (6 bodů):

Král zvířat bude zanedlouho slavit narozeniny. Jeho vrchní kuchař oslík Jindřich přemýšlel, čím ho překvapí. Chvilí jen zadumaně podupával po místnosti, ale pak si raději na internetu našel recept na pampeliškové knedlíky s krémem a pustil se do práce. Na 1 porci je třeba do těsta přidat 6 žejdlíků mléka a do krému 1 žejdlík. Kuchtičí v celé kuchyni našli pouze tři nádoby a žádnou odměrku. Do první se vejde 7, do druhé 5 a do třetí 2 žejdlíky. Jediné, co kuchtičí může udělat, je naplnit ze sudu ve spízi libovolnou nádobku až po okraj nebo přelít obsah jedné nádoby do druhé, takže druhá nádobka bude plná. Aby měly knedlíky správnou chuť, musí nějak do jedné nádoby odměřit přesně 6 a do jiné 1 žejdlík mléka. Poradí jim, jak mají postupovat?





Úloha 3A (7 bodů):

Kocour Felix začal šlechtit králíky a zakoupil si jeden čerstvě narozený pár. Králíci mají potomky od druhého měsíce svého života a dále každý další měsíc, přičemž se vždy narodí celý pár. Takže první a druhý měsíc čítá Felixův chov stále jen jeden pár. Třetí měsíc přivedou zakoupení králíci na svět první potomky a chov se rozroste na dva páry. Felix jistě bude na své svěřence dávat dobrý pozor, a tak můžeme předpokládat, že žádný z králíků neumře. Kolik jich bude v chovu 10. měsíc?

Úloha 4A (9 bodů):

Ke králi Levhartovi se donesla zvěst o nové exotické plodině z dalekého východu. Čas, kdy přijede pojízdná prodejna se semínky je však tajný. Král vyslal svého nejvěrnějšího zvěda, aby ho vypátral. Po třech dnech se zvěd vrátil, ale jedině, co se mu podařilo získat, byl pergamen se čtveřicí čísel 81, 4108, 13830 a 2159 a mřížkou 14x4 políček. Poradci si s králem dlouho lámali hlavy, až najednou král zvolal: „Už vím, kdy se semínka prodávají!“

8															
4															
2															
1															

Všiml si totiž, že mřížka dokonale splňuje rozměry hodin, které jako malý viděl u svého dědy a že čísel je přesně tolik, jako je počet řádků. Hned se pustil do vybarvování políček v horním řádku. Když viděl nechápavé výrazy poradců, řekl jim: „Každé z čísel dělím tak dlouho dvěma, až je výsledek roven nule. Zbytky je třeba zakreslovat do mřížky. Když je zbytek po dělení 1, políčko vymaluji, jinak ho nechám prázdné. Zbytky u prvního čísla zakresluji do prvního řádku, u druhého čísla do druhého řádku atd. Začnu vždy úplně napravo a posunuji se po políčkách směrem doleva.“ Jakmile král vybarvil všechna správná políčka, připsal ke každému řádku mřížky čísla jako na obrázku a vysvětlil zvědům, jak mohou z vybarvené mřížky přečíst datum a čas. „V každém sloupci je ukryté jedno číslo. Získáte jej tím, že sečtete čísla na kraji mřížky, která přísluší vybarveným políčkám.“ Dokážete určit den, měsíc, rok, hodinu, minutu a sekundu, kdy může Levhart s poradci nakoupit exotická semínka?

Úloha 5A (5 bodů):

Zvířátka v lese si chtějí upéct koláče na Vánoce. Těsto na koláče se nejdříve musí nějakou dobu válet válečkem a pak se vloží do pece a upeče. Každé zvířátko používá trochu jiný recept a aby toho nebylo málo, v celém lese jsou pouze dva válečky a jediná pec, takže se všichni budou muset při pečení vystřídat. Medvěd potřebuje na svůj medový koláč 5 hodin s válečkem a 3 hodiny pečení. Zajíc uválí těsto za 6 hodin a péct musí hodiny 2. Panda těsto na eukalyptový koláč připravuje 3 hodiny a peče 4 hodiny. Nemotorný ježek uválí těsto za 7 hodin, ale upéct jej stihne za dvě hodiny. Vlčici trvá příprava těsta 6 hodin a pečení 3 hodiny. Liška to vyřešila po svém, koupila si těsto na trhu už uválené, takže váleček vůbec nepotřebuje a koláče upeče za 3 hodiny. Všechna zvířátka chtějí mít koláče hotové za dobu kratší než 20 hodin. Jak se mají u válečků a pece prostrídat, mohou-li v jeden okamžik nejvýše dvě zvířátka válet těsto a jedno péct?



Milí přátelé!

Vítáme Vás ve druhém kole I. ročníku korespondenční soutěže Jáma lvová pořádané pod záštitou Českého vysokého učení technického v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. – 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma lvová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída), zúčastnit se však mohou řešitelé i z nižších tříd. Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtěte si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola. Pokud se Vaše škola soutěže oficiálně neúčastní, připište Vaše jméno a adresu (nejlépe na zvláštní papír), na kterou si přejete zasílat opravená řešení.
- Každou úlohu pište na samostatný papír. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevyvětlíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 32 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení posíľte do **11. ledna 2010** na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma lvová
Rektorát ČVUT
Zikova 4
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přejí

Lucka, Eva, Honza, Lukáš, Michal, Tomáš a Štefan.

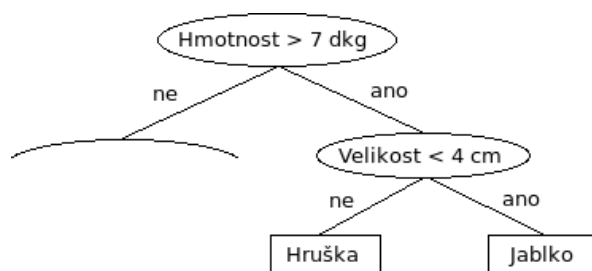
Kategorie starší

Úloha 1B (5 bodů):

Krtek Petr si dělal zásoby jídla na zimu. Ze svých sadů sklídl mnoho jablek a hrušek a postupně je ukládal do sklepa. Jednoho dne ale zjistil, že se ovoce promíchalo a protože má Petr rád pořádek, rozhodl se, že roztřídí zvlášť hrušky a zvlášť jablka. Krteci mají velmi špatný zrak, a tak si Petr půjčil od slípký Pipky robota Karla. Toho musí naučit rozeznat hrušku od jablka.

Při programování však může použít jen velice jednoduché bloky, které umí změřit buď hmotnost ovoce, nebo jeho velikost, ale nikdy ne obě veličiny najednou. Blok pak umí rozhodnout, zdali je naměřená hodnota větší, nebo menší než nějaké číslo a podle toho odpoví „ano“, nebo „ne“. Petr navíc může bloky spojovat za sebe. Kdyby třeba Karla učil síť na obrázku a Karel by našel kousek ovoce, který je těžší než 7 dkg a jeho velikost je větší nebo rovna 4 cm, označil by jej jako hrušku. Aby naučil Karla rozhodovat se co nejlépe, pečlivě vybral několik vzorových kousků ovoce: hrušku 4 dkg a 4 cm, hrušku 5 dkg a 3 cm, hrušku 9 dkg a 5 cm, hrušku 6 dkg a 6 cm, hrušku 6 dkg a 8 cm a dále jablko 9 dkg a 4 cm, jablko 7 dkg a 6 cm a jablko 4 dkg a 6 cm.

Dokážete sestavit podobnou síť jako na obrázku, která pro každý z těchto osmi kousků ovoce rozhodne, zda se jedná o hrušku nebo jablko? U každého bloku nastavte, jakou veličinu měří (hmotnost nebo velikost), s jakým číslem ji porovnává (používejte jen přirozená čísla) a jak obě hodnoty porovnává (buď pomocí $>$, nebo $<$, nic jiného bloky nesvedou). Rozhodovací síť je možné sestavit více správnými způsoby, stačí však, když vyberete jediný. Jak by se Karel podle Vaší sítě rozhodl, kdyby narazil na kousek ovoce těžký 5 dkg a velký 5 cm?



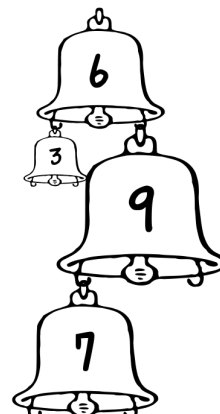


Úloha 2B (6 bodů):

Vypěstovat plodinu zvanou bazalka abelova není vůbec jednoduché. Zahradník Miloš ji musel po 14 týdnů pravidelně zalévat a nyní rostlinky potřebují, aby zazvonil jejich oblíbený zvoneček.

Různé odrůdy bazalky mají v oblíbenosti různé zvonečky, a proto se semínka dodávají s celou sadou zvonců a rostlina pak sama rozhodne tvarem a počtem lístků, na který je třeba zazvonit. Nejsou to ale ledajaké zvonečky. Každý má jeden háček nahoře, na který jej lze zavěsit a dva háčky dole, na které může Miloš věšet další zvonky (na každý háček 1). Každý má číslo, které rozhodne o místě jeho zavěšení. Na levý háček musí věšet jen zvonky s nižším číslem a na pravý zase s vyšším, podobně jako na obrázku. To znamená, když máme zvoneček s číslem 10 a probíráme se všemi zvonečky, které jsou zavěšeny na jeho levé straně, žádný z nich nesmí mít větší číslo než 10. V návodu se Miloš dočetl, že má zvonky věšet v takovém pořadí, v jakém je vytáhne z krabičky.

Vaší úlohou je zjistit, jakým zvonkem má Miloš bazalku zazvonit, vytahuje-li je z krabičky v pořadí 117, 114, 51, 30, 150, 115, 206, 200, 175, 183, 2, 196, 62, 215, 69, 201, 64, 205, 120, 204, 3, 5, 203, 33, 100, 80. Rostlinka má 4 kulaté a 3 hranaté lístky v pořadí 2 kulaté, 1 hranatý, 2 kulaté a 2 hranaté. Zvonky z krabičky rozvěsíte podle pravidel a hledání začnete od prvního zvonku. Kulatý lístek znamená posun ke zvonečku zavěšenému vpravo a hranatý lístek ke zvonku vlevo.



Úloha 3B (7 bodů):

Z prvního kola výběrového řízení na nového mudrce vybral král zvířata tři nejlepší, ale nemohl se mezi nimi rozhodnout. Liška Eliška mu bude muset ještě pomoci. Vytvořila další vstupní úlohu. Představte si, že m a n jsou nějaká čísla a x je proměnná. Eliška vymyslela operátor ∂ , který se počítá podle následujících pravidel:

$$\partial(x^n) = nx^{n-1}$$

$$\partial(mx^n) = mnx^{n-1}$$

$$\partial(\text{něco libovolného} + \text{něco dalšího}) = \partial(\text{něco libovolného}) + \partial(\text{něco dalšího})$$

Když si za x dosadíme $x = 2$, kolik je $\partial(x^4 + \partial(\partial(x^5) + x^2)) + x$?

Úloha 4B (9 bodů):

Chovatelce Bára se velmi dařilo, a tak se rozhodla, že kromě ovcí začne chovat i pštrosy. Pštrosi mají ale jiné nároky na tvar a velikost ohrady. Bára si pořídila 72 pštrosů a po pečlivé úvaze jim postaví ohradu ve tvaru pravidelného 72-úhelníka. Koupila si dlouhé pásmo a naměřila $r_1 = 100$ m – poloměr kružnice opsané. Pak zkrátila pásmo o 10 cm, označila si výsledek r_2 – poloměr kružnice vepsané. Nyní jen zbývá koupit správnou délku pletiva. Kolik m pletiva musí Bára koupit, bude-li pouze na obvodu ohrady?

Úloha 5B (5 bodů):

Za devatero horami a devatero řekami leží království Fägäraş, ve kterém spolu žijí kočky a ryby. Jeho obyvatelé bydlí v několika městech, mezi kterými vedou silnice, ale v celém království není jediná řeka. Stalo se tak, že se ryby nemohou vzájemně navštěvovat. Král se rozhodl celou situaci napravit. Jeho dvorní architekt bobr Beryl nakreslil plán království se všemi jeho městy. Fägäraş je hornatá země, a tak se průplavy mohou stavět pouze ve čtvercové síti, kterou vidíte na obrázku (strana každého čtverce má 10 km). Zároveň se nemohou křížit ani dotýkat mimo město. Král chce, aby z libovolného města bylo možné po vodě cestovat do kteréhokoli jiného města v království. Cesta nemusí vést přímo, ale i přes několik dalších měst. Aby utratil co nejméně zlatých, chce, aby Beryl postavil průplavy co nejkratší. Ten se raději obrátil na Vás. Dokážete podle pravidel propojit všechna města průplavy tak, aby jejich celková délka byla menší než 330 km?

