



Milí přátelé!

Vítáme Vás v I. ročníku korespondenční soutěže Jáma Ilová pořádané pod záštitou Českého vysokého učení technického v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. - 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma Ilová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída), zúčastnit se však mohou řešitelé i z nižších tříd. Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtěte si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola. Pokud se Vaše škola soutěže oficiálně neúčastní, připište Vaše jméno a adresu (nejlépe na zvláštní papír), na kterou si přejete zasílat opravená řešení.
- Každou úlohu pište na samostatný papír. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 32 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení posílejte do **31. října 2009** na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma Ilová
Rektorát ČVUT
Žitkova 4
166 36 Praha 6

Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přeji

Lucka, Eva, Honza, Michal, Tomáš a Štefan.

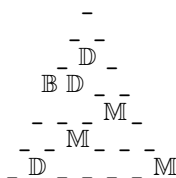
Kategorie mladší

Úloha 1A (5 bodů):

Jednoho rána se obyvatelé království zvířat probudili do nového dne a nevěřili svým očím. Zničené zahrady, rozbitá okna, zpusťosené domy, nic nebylo na svém místě. Viník je jasný! Opojen medovinou se medvěd Pepa k ránu potloukal královstvím a ničil vše, co mu stálo v cestě. Jeho tažení tentokrát neunikla ani krásná pyramida, kterou dostal král zvířat Lev k narozeninám od svých poddaných. Lev byl smutný, že si jeho starý dobrý kamarád stále nepřestal takto ničit zdraví, a tak poslal Pepu léčit se do lázní. Mezitím si do svého paláce pozval čiperné mravence-stavitele a poprosil je, jestli by mu pyramidu nepomohli opravit. Mravenci staví pyramidy ze sloupů, které jsou z různých materiálů: dřeva (D), mramoru (M), bronzu (B) a oceli (O). Aby byla pyramida pevnější a nepodařilo se ji už nikomu lehce pobořit, vymysleli mravenci nový systém pokládání sloupů. Pyramida je podpírána podle těchto pravidel:

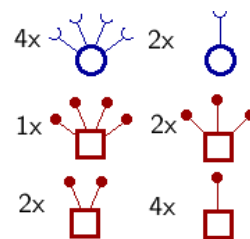
Dřevěné sloupy:	Mramorové sloupy:	Bronzové sloupy:	Ocelové sloupy:
D D D D	M M M M	B B B B	O O O O
D D O M M O B B	D M M D O B B O	B D M M D B O O	O D B M M B D O

Vše, co z pyramidy zbylo, vidíte na obrázku (_ značí neznámou hodnotu). Dokážete stejně jako mravenci sestavit rozbitou pyramidu zase dohromady?



Úloha 2A (6 bodů):

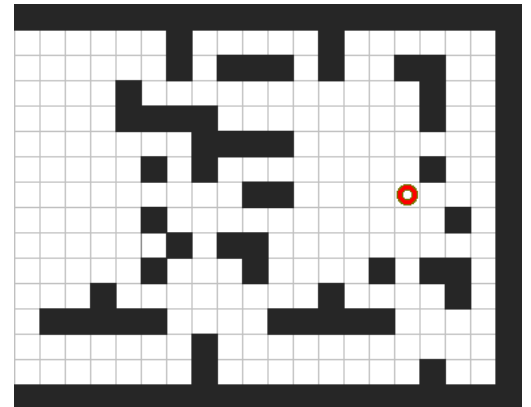
V královském paláci se každým rokem přemnoží mouchy a jiný otravný hmyz. Král zvířat proto poprosil pavouka Ferdu, aby je vychytil. Za odměnu mu slíbil, že jej ustanoví královským správcem sítě. Ferda chytá mouchy do zvláštních pavučin. Staví je z kulatých a hranatých dílů, které mezi sebou spojuje libovolně dlouhými vlákny. Kulaté díly mohou být spojeny jen s hranatými díly a naopak. Není možné přímo spojit dva kulaté, nebo dva hranaté díly (na obrázku mají vlákna vycházející z hranatých a kulatých dílů jiné zakončení). Dva díly však nemusí být spojeny jen jedním vláknem, ale i dvěma, třemi nebo čtyřmi, samozřejmě pokud mají oba díly dostatečný počet vláken. Ferda chtěl, aby mu požadované díly zhotovili královští řemeslníci, ale ti z toho byli pať a vyrobili mu díly v takovém počtu, jak vidíte na obrázku. Dokážete všechny tyto díly spojit tak, aby vytvořily souvislý celek a aby nezbyl žádný díl nebo volné vlákno?





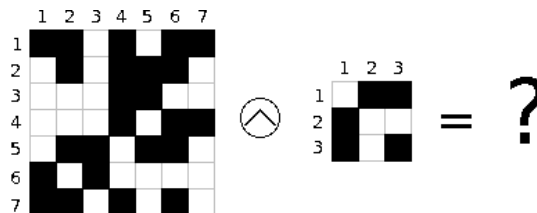
Úloha 3A (7 bodů):

Loupežníci ze sousedního království Mosfeta I. ukradli králi zvířat jeho kouzelný prsten. Lev se zarmoutil a odebral prémie hradní stráž. Vyslal svoji agentku pro zvláštní operace slípku Pipku, aby prsten našla a přinesla zpět. Pipka zjistila, že loupežníci ukryli prsten do bludiště se čtvercovou sítí (černé čtverečky představují zeď) a bedlivě jej střeží, takže se k němu Pipka sama nedostane. Naštěstí má s sebou robota Karla, kterého si strážci nevšimnou. Karel se pohybuje podle následujících pravidel: je-li před ním volno, udělá krok. Pokud ne, ale je volno vlevo od něj, otočí se doleva. Pokud ani to nemůže udělat, ale je volno vpravo, otočí se doprava. Pokud není volno před ním ani vlevo ani vpravo, otočí se čelem vzad. Když Karel vstoupí na políčko, kde je prsten (označen kolečkem), sebere ho a nikdy jej už neupustí. Aby byl co nejméně nápadný, musí skončit svou cestu na stejném políčku, jako ji začal. Pomozte najít Pipce volné políčko na okraji hřiště, ze kterého vypustí Karla, ten vezme prsten a vrátí se zpět na výchozí pole!

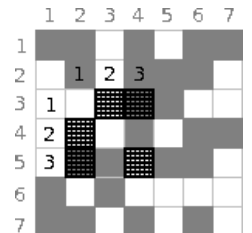


Úloha 4A (9 bodů):

Král zvířat vyslal své zvědy do země Rzepiska, kde je prý ukrytý poklad. A skutečně, aby jej však získali, museli magické truhlici říci heslo v podobě celého čísla z intervalu $(0, 5000)$. Zpočátku sice nevěděli, jak jej zjistí, ale pak si povšimli, že na truhlici jsou nakresleny dva černobílé obrázky:



Na prvním je zakódované heslo a druhý obrázek je kódovací klíč, s jehož pomocí je možné heslo odhalit. Moudrá sova Olga jim poradila takto: „Na každý čtvereček v původním obrázku postupně přikládáte kódovací klíč (jak jsem pro čtvereček ve druhém sloupci a třetím řádku naznačila na obrázku vpravo). Vždycky spočítejte, kolik černých čtverečků klíče překrylo černé čtverečky v původním obrázku (říkám tomu počet černých překrytí) a dále kolik bílých čtverečků klíče překrylo bílé čtverečky v původním obrázku (počet bílých překrytí). Z těchto dvou čísel pak určete barvu daného čtverečku (na obrázku napravo byste určovali barvu čtverečku ve druhém sloupci a třetím řádku). Pokud je počet černých překrytí sudý a počet bílých lichý, obarvíte daný čtvereček černou barvou. Naopak, je-li počet černých překrytí lichý a počet bílých sudý, nabarvíte jej na bílo. Jestliže je počet bílých i černých překrytí sudý, ponechte danému čtverečku stejnou barvu, jakou má v původním obrázku. A nakonec, jestliže počty černých i bílých překrytí jsou liché, obarvíte tento čtvereček opačnou barvou než má v původním obrázku.“ Zvědové z toho nebyli moc moudří, ale dál pozorně naslouchali, co jim Olga říká: „Jakmile rozkódujete původní obrázek, najdete ve výsledku čtvereček, který nemá společnou hranu ani roh s žádným jiným čtverečkem. Vezměte číslo sloupce, v němž se nachází, vynásobte jej číslem řádku a výsledek vynásobte číslem, které přečtete z obrázku. A to je heslo magické truhlice.“ Z toho byli zvědové už úplně bezradní, a tak se obracují na Vás. Jakým číslem se odemyká magická truhlice? Číslo zakódované na truhlici je dvouciferné a všechny možné cifry jsou nakresleny na následujícím obrázku. Znáte-li všechny cifry, musíte i nyní rozkódovat všechny čtverečky původního obrázku?



Úloha 5A (5 bodů):

Lev dostal pozvání na návštěvu od dávného přítele levharta Leoše, který žije v dalekém království. Lev tu stráví celých 44 dní, aby společně s Leošem křížem krážem procestovali tamější pohádkovou krajinu. V tomto království ale platí poněkud zvláštní dopravní předpisy: v úterý a ve čtvrtek mohou jezdit jen cyklisté, v neděli se smí cestovat jedině vlakem a pro ostatní dny nejsou žádná omezení. Který den v týdnu by měl Lev s Leošem začít svou cestu, chtějí-li jezdit pouze autem a chtějí-li tak procestovat co nejvíce dní?



Milí přátelé!

Vítáme Vás v I. ročníku korespondenční soutěže Jáma Ilová pořádané pod záštitou Českého vysokého učení technického v Praze. Soutěž je určena pro žáky 6. - 9. tříd ZŠ a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií.

Jáma Ilová je soutěž na pomezí matematiky a informatiky. Skládá se ze tří kol, v každém z nich na Vás čeká 5 záložných úloh. Soutěž je rozdělena na dvě věkové kategorie, starší (8. a 9. třída) a mladší (6. a 7. třída), zúčastnit se však mohou řešitelé i z nižších tříd. Pokud budete úspěšní, máme pro Vás za odměnu připraven **letní tábor**, který je **zcela zdarma!** Ještě než se vrhnete do víru zadání, přečtěte si pravidla soutěže:

- Do soutěže se můžete přihlásit kdykoli během roku, stačí poslat vyřešené příklady z právě probíhajícího kola. Pokud se Vaše škola soutěže oficiálně neúčastní, připište Vaše jméno a adresu (nejlépe na zvláštní papír), na kterou si přejete zasílat opravená řešení.
- Každou úlohu pište na samostatný papír. U horního okraje napište Vaše jméno, školu a číslo úlohy. Nevejde-li se řešení nějaké úlohy na jeden list, všechny listy přehledně očísľujte.
- V řešení příkladu musí být popsán myšlenkový postup, jakým jste se dostali k výsledku. Pokud svůj postup nevysvětlíte, nemůžeme takový příklad ohodnotit plným počtem bodů. Naopak, i za částečné řešení můžete získat body.
- V tomto kole můžete dohromady získat 32 bodů. Nemusíte řešit všechny příklady, stačí jen jediný. Třeba právě on bude v konečném hodnocení rozhodující.
- Sledujte webové stránky soutěže <http://www.jamalvova.cz>.

Svá řešení posílejte do **31. října 2009** na adresu:

Odbor vnějších vztahů - Jáma Ilová
Rektorát ČVUT
Zikova 4
166 36 Praha 6

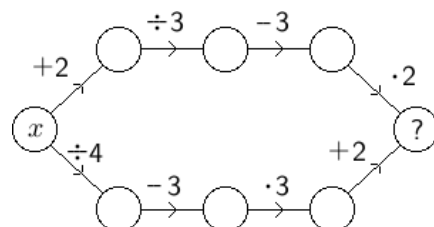
Hodně štěstí a bystrou mysl při řešení Vám přeji

Lucka, Eva, Honza, Michal, Tomáš a Štefan.

Kategorie starší

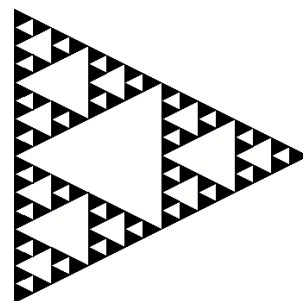
Úloha 1B (5 bodů):

Každý vládce má ve svém paláci mudrce, který mu dává užitečné a chytré rady. Našemu Lvu takto radila liška Eliška. Nedávno ale odešla do důchodu a král zvířat teď musí hledat nového rádce. Ještě než král Elišce vyplatil bohatou odměnu, vypsál výběrové řízení na nového mudrce a Elišku požádal, aby pro zájemce vymyslela vstupní úlohu: do všech políček doplňte čísla tak, aby všechny matematické operace platily (tečka před číslem znamená násobení). Jaké číslo je třeba dosadit za x a jaké číslo bude na místě otazníku?



Úloha 2B (6 bodů):

Chovatelka ovcí Bára se rozhodla postavit novou ohradu pro své stádo. Nebyla to ale ledajaká ohrada. Bára si nakreslila plánec, jaký vidíte na obrázku. V bílých trojúhelnících se budou pást jednotlivé skupinky ovcí a černé představují nevyužívané prostory mezi ohradami. Bára si spočítala, že obsah jednoho černého trojúhelníčku je $0,433 \text{ m}^2$. Ví také, že všechny bílé i černé trojúhelníky jsou rovnostranné. Potřebuje však znát obvod všech ohrad, aby mohla koupit správné množství pletiva na ohrazení. Pomůžete Báře s nákupem? Jaký je obvod bílé plochy na obrázku (tedy součet obvodů všech bílých trojúhelníků)?



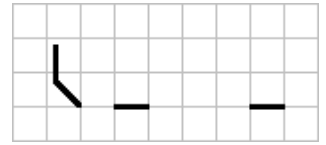
Úloha 3B (7 bodů):

Král zvířat vyslal své zvědy do země Jurgów, kde je prý ukrytý poklad. A skutečně, střeží jej však krokodýl se svojí ozubenou kreslicí želvou a jen ten, komu se podaří naučit želvu nakreslit správné heslo, se může kochat nádherou pokladu. Naše robotická želva umí vykonat 4 povely:

- Kreslení čáry délky 1
- ↷ Otočení želvy o 45° doprava
- ↶ Otočení želvy o 45° doleva
- ⊖ Posun želvy o vzdálenost 1 bez zanechání stopy



Zvědové sice heslo neznali, ale moudrá sova Olga jim poradila, jak ho zjistit. Nejprve jim zobákem do písku nakreslila obrazec, jaký vidíte vpravo na obrázku. „Zapište jej pomocí povelů pro robotickou želvu! Počáteční poloha želvy je vždy směrem dolů ať už kreslí jakoukoli sekvenci a abyste se dobrali správného hesla, zakódujte tento obrazec nejkratším možným způsobem. Na umístění obrazce v mřížce nezáleží, musí mít jen správný tvar a orientaci.“ „Když to všechno splníme, dozvíme se konečně i krokodýlovo heslo?“ zeptali se zvědové. „Ne tak docela,“ odpověděla Olga a pokračovala: „získanou sekvenci musíte ještě několikrát přepsat podle určitých pravidel.“ A pustila se do vysvětlování: „způsob nahrazení určitého znaku nezávisí jen na jeho významu, ale i na jeho sousedovi. Pokud je znak – na konci sekvence (nemá souseda, značeno jako \emptyset), je přepsán na \ominus . Pokud však po znaku – následuje \curvearrowright , nenahradí se ničím a zmizí (značeno jako \emptyset).“ Všechna pravidla jsou shrnuta v následující tabulce (v prvním sloupci je vždy nahrazovaný znak, ve druhém jeho souseda a ve třetím je náhrada):

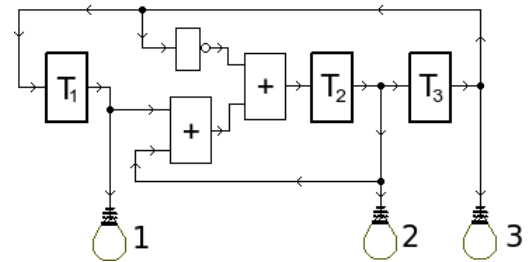


	\emptyset	\ominus		\emptyset	$-$		\emptyset	\curvearrowright		\emptyset	\emptyset
	$-$	$-$		$-$	\curvearrowright		$-$	\curvearrowright		$-$	\emptyset
$-$	\curvearrowright	\emptyset	\curvearrowright	\curvearrowright	\curvearrowright	\curvearrowright	\curvearrowright	$-$	$-$	\emptyset	\emptyset
	\curvearrowright	$-$		\curvearrowright	\curvearrowright		\curvearrowright	\curvearrowright		\curvearrowright	$-$
	\emptyset	$-$		\emptyset	\curvearrowright		\emptyset	\curvearrowright		\emptyset	\curvearrowright

„Přepisujte původní sekvenci tak dlouho, až se nakreslený obrazec nebude měnit, a to je vaše heslo!“ zahoukala ještě Olga a ... byla pryč. Jak vypadá nakreslený obrazec, který zároveň představuje hledané heslo? A po kolika prepisech se již přestane měnit?

Úloha 4B (9 bodů):

Svišť Jiří pěstuje tři různé druhy velmi zvláštních plodin. Každá plodina potřebuje, aby na ni svítilo světlo jen některé dny a jiné musí být ve tmě. Jelikož je Jiří líný a nechce se mu každý den přemýšlet, jaké světlo rozsvítit, vytvořil si elektrický přístroj, který za něj zapíná a vypíná světla automaticky. Základem přístroje jsou krabičky T_1 , T_2 a T_3 , jež mohou být buď ve stavu vypnuto, nebo zapnuto. Jsou-li ve stavu zapnuto, vychází z jejich výstupu elektrický signál (směry šíření signálu jsou naznačené šipkami) a příslušná žárovka 1, 2 či 3 svítí. Stav krabiček T se mohou měnit pouze o půlnoci. Pokud do krabičky vstupuje elektrický signál, změní svůj stav (je-li ve stavu vypnuto, změní stav na zapnuto a naopak). Pokud však na vstupu krabičky žádný signál není, zachová si svůj stav i následující den. Důležité je, že se stavy všech krabiček T mění najednou, to znamená, že nový stav nějaké krabičky je tak ovlivněn jen stavy v předchozím dni a ne těmi ve dni následujícím. Přístroj obsahuje ještě dva díly: krabičky $+$ a \ominus . Pokud je v alespoň jednom vstupu do $+$ přítomen signál, pak je elektrický signál i na výstupu této krabičky. Pouze pokud jsou všechny vstupy $+$ bez signálu, pak i na výstupu žádný signál není. Krabička \ominus přítomnost signálu obrátí. Pokud má \ominus na vstupu signál, na jejím výstupu signál už nebude a naopak: pokud do ní žádný signál nevstupuje, na jejím výstupu přítomen je. První den nesvítilo žádné světlo (tedy krabičky T_1 , T_2 a T_3 byly ve stavu vypnuto). Jaké žárovky budou svítit pátý den? A jaké stý den?



Úloha 5B (5 bodů):

Nejen slovem člověk jest živ a o zvířátkách to platí dvojnásob, tak i v paláci krále zvířat nadešel čas k jídlu. Kuchař připravil různé velké bramborové placky a seřadil je na talíři podle velikosti tak, aby největší byla dole a nejmenší nahoře. Kuchtičí mu však placky zpřeházeli a kuchař je musel znovu urovnat. Protože měl plné ruce práce a v okolí nebyl žádný další volný talíř, mohl udělat jen jedinou věc: nabrat n horních placek a obrátit jejich pořadí. Tento postup několikrát zopakoval, až se mu podařilo opět seřadit placky do původního uspořádání. A na vás je setřídít placky stejným způsobem, jako to dokázal náš kuchař. Mějme placky o velikostech 1 až 7 (1 je nejmenší a 7 největší). Na talíři leží neuspořádané v pořadí 4, 2, 5, 6, 3, 7 a 1 a Vaším úkolem je seřadit je od nejmenší po největší (1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7). Placky však nemůžete přehazovat libovolně, jediná povolená operace je obrátit pořadí n čísel na začátku sekvence (např. pokud bychom si n zvolili 4, bude pořadí placek po první výměně 6, 5, 2, 4, 3, 7 a 1 a pokud by n bylo 7, obrátíme celou sekvenci). Dokážete setřídít všechny placky na méně než 8 výměň? Jaká budou pořadí placek po každé výměně?

