Kategorie mladší

Úloha 1A Výkonová

Na začátku je dobré si uvědomit, že Hřebec Polní i Poník Silný je vlastně stejná jednotka. V některých částech království je nazývána podle hřebců, v jiných podle poníků. Tomáš zná poměr mezi krawskými (kW) a koňskými (HP/PS) jednotkami. Stačí mu pouze zjistit, kolikrát je jeho nové auto silnější. Jednoduchým výpočtem ($\frac{185}{74} = 2{,}5$) zjistí, že jeho nové auto je právě dva a půlkrát výkonnější než staré. Výkon v koňských jednotkách tedy bude rovněž dva a půlkrát větší

$$100 \cdot 2{,}5 = 250 \text{ PS} = 250 \text{ HP}.$$

Tomáš by si rovněž mohl vypočítat poměr mezi PS a kW ($\frac{100}{74} \doteq 1{,}35$; 1 kW je tedy přibližně 1,35 PS). Výkon nového auta pak bude

$$185 \text{ kW} = 185 \cdot \frac{100}{74} \text{ PS} = 250 \text{ PS} = 250 \text{ HP}.$$

Poznámka pro zvídavé: zkratkou kW se obecně označuje kilowatt a vskutku udává výkon (1000 wattů). Kromě toho se historicky v některých částech světa používá ještě starší koňská jednotka (HP – horsepower, PS – Pferdestärke), kterou na konci 18. století zavedl James Watt, když prodával parní stroje a potřeboval jejich výkon porovnat s výkonem běžně užívaných zvířat. Z definice je to výkon potřebný pro zvednutí 75 kg závaží do výšky jednoho metru za 1 sekundu.

Úloha 2A Žabka se koupe

Nejprve spočítáme, kolik vody Terka spotřebuje během dvaceti minut sprchování. 20 minut $= 20 \cdot 60$ sekund $= 1200$ s, spotřebuje tedy $1200 \cdot 5$ cl $= 6000$ cl, což je 60 litrů. Pokud se bude Terka koupat, musí do vany napustit (objem vany - objem Terky) = 200 − 80 l = 120 l. (Jinak by jí vana přetekla.) Pro Terku je tedy výhodnější se sprchovat, spotřebuje tak pouze polovinu objemu vody, který by potřebovala na koupání. To také odpovídá na druhou otázku: Terka by se musela sprchovat dvakrát tak dlouho, tedy 40 minut, aby spotřebovala stejné množství vody jako při koupání.

Úloha 3A Dělení koláče

Jednoduchou strategií je vzít si vždy co největší dílek, zároveň tím ale neodkrýt soupeřovi některý hodně velký. Když by tedy Irenka začala například dílkem 2, Habaťuk si vezme raději dílek 8 než dílek 6, kterým by Irence umožnil získat největší dílek 1. Pokud ale tuto strategii dotáhneme do konce, zjistíme, že Irenka stejně dílek 1 dostane a sice z druhé strany, když si předtím Habaťuk vezme dílky 8, 3 a 4 a Irenka 5 a 7.

Po krátkém zamyšlení zjistíme, že o průběhu hry rozhoduje začínající hráč, tedy Irenka. Pokud bude chtít, rozdělí si s Habaťukem koláč podle nákresu na obrázku 1a. Vezme-li si Irenka na začátku kterýkoli ze zelených kousků, získá všechny zelené, vezme-li si kterýkoli z červených, získá všechny červené (což je pro ni výhodnější). Habaťuk nemůže průběh hry nijak ovlivnit, protože podle pravidel hry na něj vždy zbude červený, respektive zelený kousek: Irenka, která začíná s odebíráním, si vybere libovolný červený dílek a na Habaťuka tedy zbydou dva dílky zelené. Poté, co si jeden z nich vybere, odkryje Irence další dílek z červené skupiny. Ta si jej vezme a Habaťuk opět nemá na vybranou, musí si vzít dílek zelený. Irenka tedy vyhraje, součet pořadí jejích dílků bude při volbě červených pouze 15 (1, 2, 5, 7), Habaťuka 21 (3, 4, 6, 8).

Nemůže ale získat koláče ještě více? To by se jí povedlo v případě, že by ukořistila dílky

- 1, 2, 3 a 4, součet by byl 10
- 1, 2, 3 a 5, součet by byl 11
- 1, 2, 3 a 6, součet by byl 12
- 1, 2, 3 a 7, součet by byl 13
- 1, 2, 3 a 8, součet by byl 14
- 1, 2, 4 a 5, součet by byl 12
- 1, 2, 4 a 6, součet by byl 13
- 1, 2, 4 a 7, součet by byl 14
- 1, 2, 5 a 6, součet by byl 14

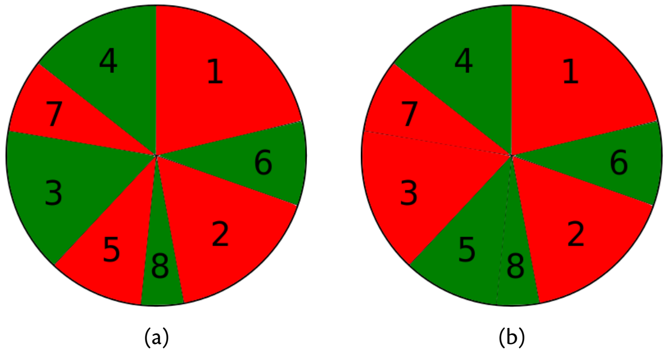
Když si projdeme všechny možné scénáře odebírání dílků, zjistíme, že pokud Irenka začne dílkem 3, Habaťuk si vybere dílek 5, a ona si pak vezme dílek 7, získá ještě větší kus koláče. Habaťuk pak už totiž nemá na výběr, obě jeho volby povedou ke stejnému výsledku: získá ještě dílky 4, 6 a 8, a Irenka dílky 1 a 2. (Viz obrázek 1b.) Pokud by se Habaťuk na začátku rozhodl pro dílek 7, dopadl by ještě hůře. Tato strategie je tedy pro Irenku nejlepší, součet pořadí jejích dílků bude 13 (1, 2, 3, 7) a Habaťuka 23 (4, 5, 6, 8).

Mohlo by se zdát, že stále není jasné, který z nich získal koláče větší kus. Pokud si ale dílky, které oba kamarádi získali, seřadíme podle velikosti od největšího po nejmenší, takto:

Irenka: 1, 2, 3, 7
Habaťuk: 4, 5, 6, 8.

vidíme, že 1 > 4, 2 > 5, 3 > 6 a 7 > 8, a Irenka tedy bez ohledu na absolutní velikosti dílků zcela určitě získala větší kus koláče.

Spravedlivé dělení to tedy není, začínající hráč může vždy dostat větší kus koláče.



Obrázek 1

Úloha 4A Zrychlená kráwa

Při řešení se bude hodit vzoreček pro výpočet rychlosti v v závislosti na čase t a zrychlení a. Zrychlí-li zvířátko o 1 metr za sekundu, znamená to, že za 5 sekund bude mít rychlost 5 metrů za sekundu. To lze vyjádřit vzorečkem

$$v = a \cdot t.$$

Nesmíme také zapomenout přepočítat všechny uvedené rychlosti z kilometrů za hodinu na metry za sekundu: Původní rychlost vydělíme 1000 (kilometry na metry) a vynásobíme 3600 (hodiny na sekundy).

Začneme s výpočtem času Poníka Silného. Poník při zrychlení 2 metry za sekundu zrychlí na svou maximální rychlost $v_{\mathrm{PSmax}} = 36\,\mathrm{km/h} = 10\,\mathrm{m/s}$ za

$$t_{\mathrm{1PS}} = \frac{v_{\mathrm{PSmax}}}{a_{\mathrm{PS}}} = \frac{10}{2} = 5\,\mathrm{s}.$$

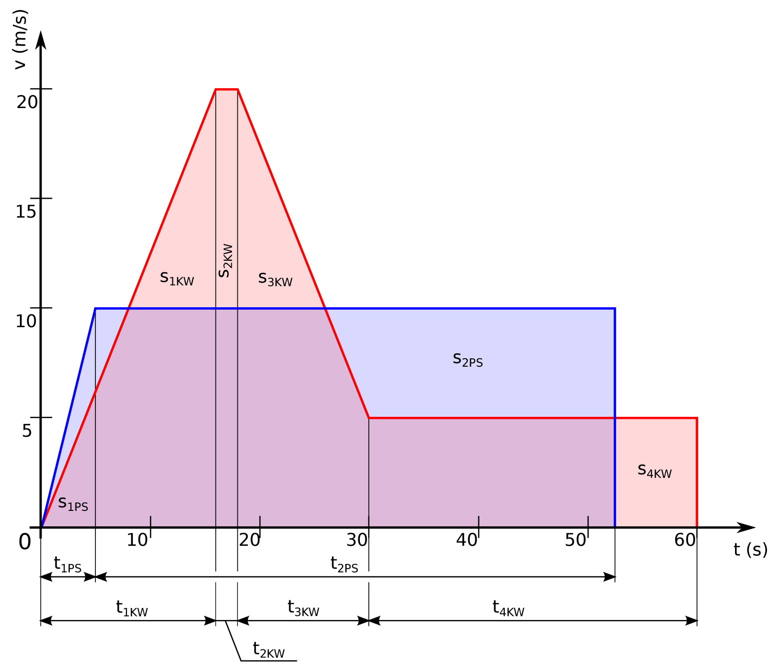
Za tu dobu uběhne vzdálenost (= plocha pod grafem, na obrázku 2 modře)

$$s_{\mathrm{1PS}} = \frac{t_{\mathrm{1PS}} \cdot v_{\mathrm{PSmax}}}{2} = \frac{5 \cdot 10}{2} = 25\,\mathrm{m}.$$

Zbylých $s_{\mathrm{2PS}} = 475\,\mathrm{m}$ do cíle běží Poník stále svou maximální rychlostí 10 m/s, což mu zabere čas

$$t_{\mathrm{2PS}} = \frac{s_{\mathrm{2PS}}}{v_{\mathrm{PSmax}}} = \frac{475}{10} = 47{,}5\,\mathrm{s}.$$

Celý závod tedy poník uběhne za $t_{\mathrm{PS}} = t_{\mathrm{1PS}} + t_{\mathrm{2PS}} = 47{,}5 + 5 = 52{,}5\,\mathrm{s}$.



Obrázek 2

Výpočet času krávy Welké je poněkud obtížnější. Víme, že kráwa Welká dokáže za sekundu zrychlit o 1,25 m/s. Rychlosti $v_{\mathrm{KWmax}} = 72$ km/h$= 20$ m/s tedy dosáhne za

$$t_{1\mathrm{KW}} = \frac{v_{\mathrm{KWmax}}}{a_{\mathrm{KW}}} = \frac{20}{1{,}25} = 16\ \mathrm{s}.$$

Z plochy pod grafem (na obrázku 2 červeně) zjistíme, že uběhla

$$s_{1\mathrm{KW}} = \frac{t_{1\mathrm{KW}} \cdot v_{\mathrm{KWmax}}}{2} = \frac{16 \cdot 20}{2} = 160\ \mathrm{m}.$$

Aby kráwa nenabourala do stromů, musí včas přibrzdit z maximální rychlosti na rychlost $v_{\mathrm{les}} = 18$ km/h $= 5$ m/s, musí tedy celkově zpomalit o 15 m/s. Zpomalování jí bude trvat

$$t_{3\mathrm{KW}} = \frac{15}{1{,}25} = 12\ \mathrm{s}.$$

Podle plochy pod grafem opět zjistíme, že za tu dobu kráwa uběhne

$$s_{3\mathrm{KW}} = 5 \cdot 12 + 15 \cdot \frac{12}{2} = 150\ \mathrm{m}.$$

Začíná-li les na 350. metru, kráwa musí začít brzdit na 200. metru, aby na 350. metru měla přesně rychlost 5 m/s. Plnou rychlostí tedy kráwa může běžet pouze od 160. metru do 200. metru, tedy $s_{2\mathrm{KW}} = 40$ m, což jí zabere $t_{2\mathrm{KW}} = \frac{40}{20} = 2$ s. Sečteme-li časy z prvních tří úseků, zjistíme, že kráwa vběhne do lesa v čase $16 + 2 + 12 = 30$ s. Zbylých $s_{4\mathrm{KW}} = 150$ m kráwa poběží rychlostí 5 m/s což jí zabere dalších $t_{4\mathrm{KW}} = \frac{150}{5} = 30$ s. Kráwa Welká doběhne do cíle přesně za jednu minutu od startu, Poník Silný tedy závod vyhraje.

Kdyby cesta lesem byla poloviční (75 m místo 150 m), kráwa Welká by část v lese běžela pouze 15 s místo 30 s tím pádem by v cíli byla za 45 s. Poník by běžel plnou rychlostí 400 m tedy 40 s a v cíli by byl také za 45 s. Závod by v tomto případě skončil nerozhodně.

Při obecném řešení bez pomoci grafu lze též použít následující vzorečky, které jsou ekvivalentní výpočtu plochy pod grafem, jak napovídalo zadání a přiložený obrázek. Vzoreček pro uběhnutou vzdálenost s při konstatntní rychlosti v je

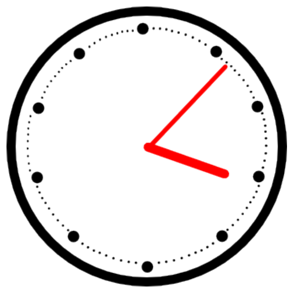
$$s = v \cdot t + s_0.$$

Při zrychleném pohybu lze ze zrychlení a též určit uběhnutou vzdálenost pomocí vzorečku

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0.$$

Úloha 5A Změna času

Nový kocourkovský den je rozdělen celkem do $10 \cdot 100 = 1000$ kocourkovských minut, zatímco klasický 24hodinový den se dělí na $24 \cdot 60 = 1440$ minut. Jedna kocourkovská minuta tedy představuje $\frac{1440}{1000} = 1{,}44$ „klasické“ minuty. Vyučování začíná v 7 hodin 30 minut starého času, což je $7 \cdot 60 + 30 = 450$ minut od začátku dne. Podle nového času v tu dobu uplyne $\frac{450}{1{,}44} = 312{,}5$ kocourkovských minut a vyučování tedy bude začínat ve 3 kocourkovské hodiny a 12,5 kocourkovských minut. Ciferník hodin bude v tu dobu vypadat tak jako na obrázku 3.



Obrázek 3

Zajímavé je, že stejný nápad jako kocourkovští měli lidé v historii již několikrát. Tzv. decimální čas (tj. čas založený na násobcích čísla 10) se používal například už ve starověké Číně, v modernější historii byl zaveden ve Francii během Velké francouzské revoluce (konkrétně v r. 1793). Hlavní výhodou 10hodinového dne oproti standardně používanému dni 24hodinovému je to, že v něm lze mnohem jednodušeji převádět mezi jednotlivými jednotkami: Tak například čas 1.17 znamená 1 hodinu a 17 minut, ale také 117 minut nebo 1,17 hodiny a dokonce platí, že v čase 1.17 uběhlo právě 0,117 (tj. 11,7 %) daného dne! Kocourkovští vlastně neměli až tak špatný nápad, co říkáte? (Ti z vás, kteří by se o decimálním čase chtěli dozvědět něco více, si mohou přečíst tento článek: `http://en.wikipedia.org/wiki/Decimal_time`.)

Kategorie starší

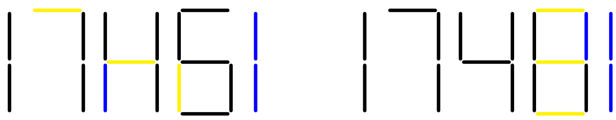
Úloha 1B Sirky

Pokud chce Mirek na svém šéfovi skutečně zbohatnout, musí se zaměřit hlavně na to, aby daná čísla měla vždy jiný, co nejodlišnější řád. Má-li tedy získat alespoň onu magickou sumu 56789, musí být jedno z čísel v řádu nejméně desetitisíců a navíc větší než ona hledaná částka. Z tohoto důvodu se zaměří hlavně na vyšší z čísel, tedy na 1746. Začít může tím, že přidá jednu cifru navíc – vzhledem k omezenému počtu sirek to bude samozřejmě 1. Ony dvě sirky musí někde odebrat, ale to vyřeší později. Tak jako tak stále nemá číslo vyšší než 56789, musí tedy někde získat další řád, případně změnit první jedničku na sedmičku.

Hlavní je, aby našel mezi ostatními číslicemi v 1746 tři sirky, které je možné postrádat. Mimo jiné jistě také využije toho, že například 4 se dá jedním tahem přeskládat na dvě jedničky za sebou. Takové řešení pak může vypadat tak, jak ukazuje obrázek 4a.

Zcela ideální by však bylo, kdyby si Mirek uvědomil, že aby získal co největší částku, potřebuje mít vlevo (tedy u cifer s vyšším řádem) co největší číslice. Z tohoto úhlu pohledu je nejvýhodnější změnit poslední šestku následujícím způsobem (obrázek 4b). Takto by Mirek získal dokonce 173753!

Nicméně Mirek je vděčný za každé řešení, které danou částku 56789 převyšuje, a za jakékoliv takové řešení se tedy dal získat plný počet bodů.



(a) (b)

Obrázek 4

Úloha 2B Podplazí se had?

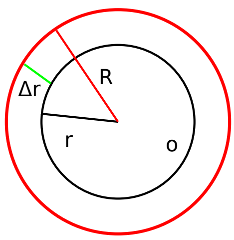
Nejprve je potřeba si uvědomit, že koleje tvoří kružnici kolem rovníku a délka trasy je její obvod. Označíme-li si poloměr planety jako r, její obvod bude

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

Pokud k tomuto obvodu přidáme 1 metr navíc, získáme obvod větší kružnice $O = o + 1$. Nová kružnice má zatím neznámý poloměr R. (Na obrázku 5 červeně.) Tento poloměr je větší než původní o $\Delta r = R - r$, což je onen hledaný výškový rozdíl mezi kolejnicemi a povrchem planety. Snadno jej dopočítáme z výše uvedeného vzorce jako

$$\Delta r = \frac{O}{2 \cdot \pi} - \frac{o}{2 \cdot \pi} = \frac{o+1}{2 \cdot \pi} - \frac{o}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \doteq 0{,}16\ \mathrm{m} = 16\ \mathrm{cm}.$$

Koleje se tedy budou nacházet ve výšce asi 16 centimetrů, pořadatelé si proto nemusí lámat hlavy, hadi se podplazí všichni. Zajímavé také je, že pro výpočet vůbec nepotřebujeme znát poloměr planety a výsledek tak bude platit i na planetě s desetkrát větším poloměrem.



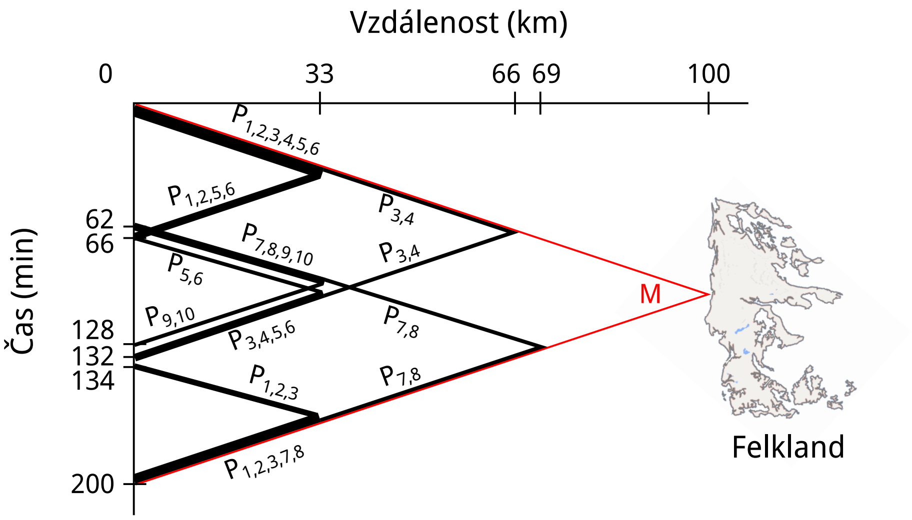
Obrázek 5

Úloha 3B Tankování za letu

Bez cizí pomoci by Markéta doletěla jen do vzdálenosti 50 km od pobřeží. Kdyby s ní navíc letěli dva pomocníci a předali jí 50 km od pobřeží každý 50 brusinek, doletěla by až na ostrov Felkland, avšak neměla by se jak vrátit, a co hůře, její pomocníci by se utopili. Pokud mají být schopni vrátit se na pobřeží vlastními silami, musí dojít k předávce dříve. Např. na metě 40 km by každý pomocník mohl postrádat 20 brusinek. Markéta by v tu chvíli měla v batohu rovněž 20 brusinek, takže by ji museli provázet čtyři pomocníci, aby jí doplnili batoh na maximální kapacitu. Kdyby došlo k předávce ještě dříve, řekněme 20 km od pobřeží, mohl by každý z pomocníků postrádat dokonce 60 brusinek. Markéta by v tu chvíli spotřebovala pouhých 40 brusinek, takže na doplnění jejího batohu by stačil jediný pomocník. Takový postup je však neekonomický, protože pomocník by se vrátil na pobřeží s dvaceti brusinkami, které by celou dobu zbytečně nesl. Předávka tedy musí proběhnout dostatečně daleko, aby se Markéta dostala co nejblíže k Felklandu, a zároveň dostatečně blízko, aby s ní hned na začátku nemuselo letět mnoho pomocníků.

Jako vhodný kompromis se jeví meta 33 km: Markéta spotřebuje 66 brusinek, takže stačí dva pomocníci (řekněme, že se jmenují P_1 a P_2), aby doplnili její batoh a ještě se vrátili na základnu (každý s jedinou brusinkou). Další předávku naplánujeme např. na 66. kilometr. Na této metě potřebuje Markéta, aby jí dva pomocníci předali každý 33 brusinek. Pokud by však letěli přímo ze základny, zbyla by každému jediná brusinka, a tak by se neobešli bez pomoci dalších holubů. Ani ti by však nedokázali doletět zpět na pobřeží a než bychom přidávali další a další holuby, pomůžeme si malým trikem. Kromě P_1 a P_2 poletí od počátku s Markétou i P_3, P_4, P_5 a P_6. Na metě 33 km předají P_5 a P_6 33 brusinek kolegům P_3 a P_4 a vrátí se zpět na základnu. P_3 a P_4 poletí dál a 66 km od pobřeží budou mít v batohu stále 67 brusinek. Každý předá 33 Markétě a otočí se zpět. V momentě předávky dorazí P_5 a P_6 zpátky na základnu, doplní batoh a okamžitě vyrazí svým kolegům naproti. Ve vzdálenosti 33 km od pobřeží se potkají, předají každý 33 brusinek a v čase $t = 132$ min se všichni bezpečně vrátí na základnu.

Markéta v tu dobu poletí sama: 100 minut po začátku doletí nad Felkland, otočí se, a protože v tu chvíli poklesne její spotřeba na polovinu, bude mít dostatek brusinek na let do vzdálenosti 34 km od Felklandu, tedy 68 km od základny. Pro jistotu však naplánujeme předávku na 69. kilometr, aby se Markéta neocitla nad mořem s prázdným batohem. Na místo předávky přiletí v čase $t = 100 + (100 - 69) =$ 131 min, a aby ji pomocní holubi zastihli, musí vyrazit $131 - 69 = 62$ min po začátku operace. Tento úkol připadne holubům P_7, P_8, P_9 a P_{10} (62 minut po startu jsou ostatní pomocníci ve vzduchu). Všichni čtyři doletí do vzdálenosti 33 km, kde P_9 a P_{10} předají P_7 a P_8 každý 33 brusinek a vrátí se zpět na základnu. Díky tomu přiletí P_7 a P_8 k Markétě každý se 64 brusinkami. Spolu s ní mají dohromady 129 brusinek, a aby se spravedlivě rozdělili, předají ji pomocníci každý 21 brusinek, díky čemuž budou mít každý v batohu $129/3 = 43$ brusinek. Až na pobřeží jim tato zásoba samozřejmě nevystačí, ale bez problémů s ní doletí do vzdálenosti 33 km od pevniny, kde jim tři jiní pomocníci doplní batoh. K poslední předávce dojde v čase $t = 167$ min a pomocníci musí vystartovat o 33 minut dříve: $167 - 33 = 134$. Kromě holubů P_7 a P_8 jsou v tu dobu na základně všichni ostatní pomocníci, takže tento úkol můžeme svěřit např. P_1, P_2 a P_3. Další předávání brusinek za letu už není třeba a plán operace je hotov (viz obrázek 6).



Obrázek 6

Úloha 4B Kreslené programování

Před tím, než začneme cokoli programovat, se vždy vyplatí si úlohu rozmyslet a popsat výsledný algoritmus vlastními slovy. Všechna čísla dělící $\mathcal{I}_1$ najdeme nejsnáze tak, že zkrátka pro všechna čísla mezi 1 a $\mathcal{I}_1$vyzkoušíme, zda dělí $\mathcal{I}_1$. Abychom splnili zadání, musíme také otestovat a ošetřit případy, kdy je $\mathcal{I}_1$ menší než nula a rovno nule:

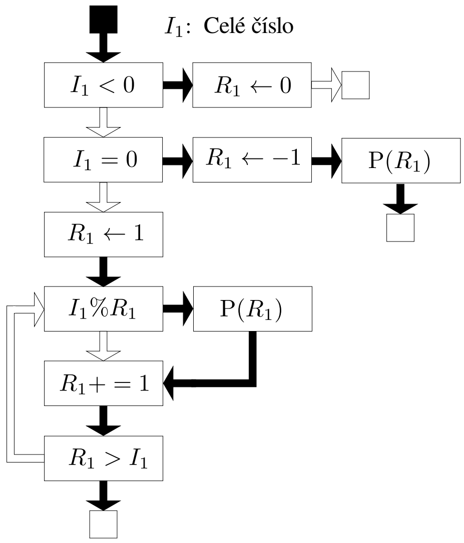
Jestliže $\mathcal{I}_1$<0, skonči chybou, jinak pokračuj.

Jestliže $\mathcal{I}_1$=0, vypiš -1 a skonči, jinak pokračuj.

Pro všechna čísla mezi 1 a $\mathcal{I}_1$:

> Jestliže dané číslo dělí $\mathcal{I}_1$ beze zbytku, vypiš jej.
>
> Pokračuj dalším číslem v pořadí.

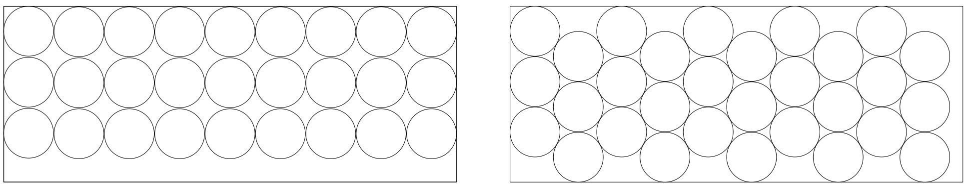
První dvě podmínky nakreslíme snadno, stačí vzít ukázkový program ze zadání a upravit a rozšířit jeho první řádek (větev vycházející nalevo z obdélníčku $\mathcal{I}_2$=0). I na vyvolání chyby použijeme stejný trik: do registru $\mathcal{R}_1$ zapíšeme 0 (např.) a z příslušného obdélníčku vyvedeme jen prázdnou šipku. Protože je zápis do registru vždy splněn, program skončí chybou. Vypsání -1 dosáhneme rovněž snadno: do registru $\mathcal{R}_1$ uložíme hodnotu -1, vytiskneme registr $\mathcal{R}_1$, ukončíme program a všechny obdélníčky propojíme plnými šipkami, aby nedošlo k chybě. Jak ale nakreslit pasáž začínající slovy „pro všechna čísla“? Otestovat jedno číslo, zda dělí $\mathcal{I}_1$ beze zbytku, je snadné. Např. pro 10 bychom do programu nakreslili obdélník $\mathcal{R}_1 \leftarrow$ 10 (ulož do registru $\mathcal{R}_1$ číslo 10), spojili jej plnou šipkou s obdélníkem $\mathcal{I}_1\%\mathcal{R}_1$ (je $\mathcal{I}_1$ dělitelné $\mathcal{R}_1$), z něhož by vedla plná šipka do obdélníku $P(\mathcal{R}_1)$ (vytiskni $\mathcal{R}_1$) a prázdná šipka do zbytku programu. Všechny možné dělitele však nebudeme hledat tak, že bychom tento podprogram nakreslili $\mathcal{I}_1$-krát (koneckonců ani předem nevíme, kolik $\mathcal{I}_1$ je). Namísto toho využijeme smyčku: do $\mathcal{R}_1$ uložíme číslo 1, otestujeme, zda dělí $\mathcal{I}_1$ beze zbytku, přičteme k $\mathcal{R}_1$ jedničku a dále do programu vložíme obdélníček, který vyhodnotí, zda je $\mathcal{R}_1 > \mathcal{I}_1$. Z tohoto obdélníčku povede šipka zpět na testování dělitelnosti (příkaz $\mathcal{I}_1\%\mathcal{R}_1$), čímž se vyhneme mnohonásobnému kreslení toho samého kódu. Výsledný program může vypadat např. jako obrázek 7. Program nejprve ošetří chybové stavy a pak projde všechna přirozená čísla mezi 1 a $\mathcal{I}_1$ a ve vzestupném pořadí vypíše taková, která dělí $\mathcal{I}_1$ beze zbytku (včetně 1 a $\mathcal{I}_1$ samotného).



Obrázek 7

Úloha 5B Cukroví

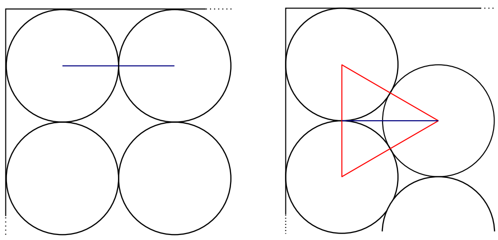
Pokud bude Antonín vykrajovat kolečka v pravoúhlé mřížce (obrázek 8a), vejdou se mu „pod sebe“ tři a takovýchto řad bude vedle sebe devět. Každá další řada totiž bude o dva poloměry, tedy o 10 cm, dále než předchozí (obrázek 9a). Tímto způsobem tedy vykrájí $3 \cdot 9 = 27$ koleček. Aby jich Čmelákovi měli na Vánoce 60, bude muset Antonínova maminka vyválet těsto alespoň třikrát.



(a) (b)

Obrázek 8

Když ale Antonín bude více šetřit místem a povede se mu umístit kolečka přesně mezi předchozí dvě (obrázek 8b), bude další řada pouze o výšku červeného trojúhelníka dále než předchozí. Červený trojúhelník je rovnostranný, protože všechny jeho strany tvoří dva poloměry. Jeho výška pak bude $v = \sqrt{(2r)^2 - r^2} = 8{,}66$ cm (modrá čára na obrázku 9b). Antonín tedy ušetří 1,34 cm na každou řadu počínaje druhou. Na deset řad tedy nebude potřebovat 100 cm, ale jen $100 - (1{,}34 \cdot 9) = 87{,}94$ cm a vykrájí z jednoho obdélníku těsta dokonce $10 \cdot 3 = 30$ koleček. Mamince pak bude stačit vyválet těsto jen dvakrát.



(a) (b)

Obrázek 9